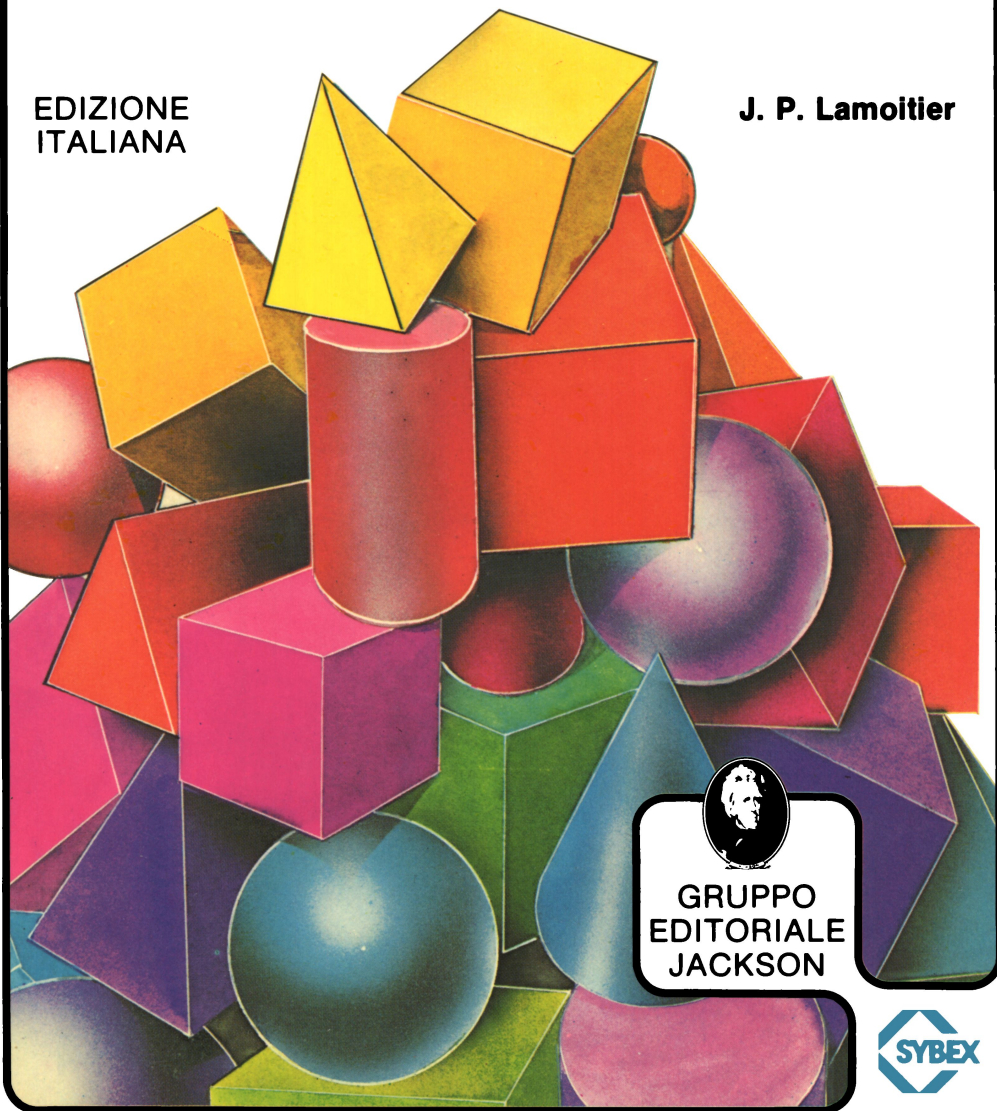


# 50 ESERCIZI IN

# BASIC

EDIZIONE  
ITALIANA

J. P. Lamoitier



GRUPPO  
EDITORIALE  
JACKSON





# **50 ESERCIZI IN** **BASIC**

di  
**Jean-Pierre  
Lamoitier**



GRUPPO  
EDITORIALE  
JACKSON  
Via Rosellini, 12  
20124 Milano

© Copyright per l'edizione originale SYBEX-Europe 1980.

© Copyright per l'edizione italiana SYBEX-Europe 1982.

L'autore ringrazia per il prezioso lavoro svolto nella stesura dell'edizione italiana la signora Francesca Di Fiore e l'ing. Roberto Pancaldi.

Tutti i diritti sono riservati. Stampato in Italia. Nessuna parte di questo libro può essere riprodotta, memorizzata in sistemi di archivio, o trasmessa in qualsiasi forma o mezzo, elettronico, meccanico, fotocopia, registrazione o altri senza la preventiva autorizzazione scritta dell'editore.

Prima edizione dicembre 1982

Stampato in Italia da:  
S.p.A. Alberto Matarelli - Milano - Stabilimento Grafico



## PREFAZIONE

Il linguaggio BASIC conosce attualmente un grande sviluppo data la diffusione di microcalcolatori personali e professionali.

Questo linguaggio è certamente il più diffuso in questo campo: è utilizzato per la gestione, l'acquisizione dei dati, i calcoli scientifici e per le applicazioni grafiche ed il controllo di processo.

Bene, la programmazione si impara essenzialmente con la pratica.

Ecco una collezione completa di esercizi concreti e completamente svolti che potrete seguire passo passo: enunciazione del problema, analisi, flow chart e commenti, programma, esempio di esecuzione.

Noi speriamo che dopo aver effettuato un numero sufficiente di questi esercizi e dopo averne letto la spiegazione, voi avrete effettivamente appreso "praticamente ... il BASIC".

Ciascun esercizio proposto è trattato in modo completo:

- enunciazione del problema
- analisi
- flow chart con commenti
- programma
- esempio di esecuzione

Questo metodo permette al lettore di verificare ad ogni passo quali progressi avrà compiuto nell'apprendimento dell'analisi di un problema. Mostra inoltre come scomporre il problema in "sotto-problemi" più semplici. Così è possibile risolvere separatamente ogni difficoltà e costruire un programma modulare di facile lettura e di facile adattabilità ad applicazioni concrete. Questi sotto-problemi possono in seguito servire da base per la costruzione di programmi più complessi.

Questo libro costituisce un complemento necessario ad una buona assimilazione del linguaggio. Un'appendice presenta in maniera concisa le principali istruzioni del BASIC.

Alfine di rendere generalizzati i programmi l'autore ha utilizzato nella maggior parte dei casi, un BASIC molto diffuso (sotto-insieme dell'MBASIC della MICRO-SOFT). Per alcuni programmi sono proposte più versioni alfine di mostrare come sia possibile aggirare le lacune di certi BASIC.



# SOMMARIO

<b>CAPITOLO 0. IL VOSTRO PRIMO PROGRAMMA IN BASIC</b>	<b>1</b>
0.0 Introduzione	1
0.1 Calcolo del bilancio familiare	1
0.2 Secondo calcolo del bilancio familiare	3
0.3 Conclusioni	3
<b>CAPITOLO 1. FLOW CHART</b>	<b>5</b>
1.0 Introduzione	5
1.1 Scopo del flow chart	5
1.1.1 Differenti tipi di flow chart	5
1.1.2 Norme	6
1.2 Il valore più alto di due numeri A e B	6
1.2.1 Prima soluzione	6
1.2.2 Seconda soluzione	7
1.2.3 Terza soluzione	8
1.3 Es. di flow chart: elemento maggiore di una tabella	8
1.4 Come verificare un flow chart	10
1.5 I test	14
1.6 Una tecnica: la bilancia	15
1.7 Conclusioni	17
Appendice: bilancia ad n posizioni	18
<b>CAPITOLO 2. ESERCIZI CONCERNENTI I NUMERI INTERI</b>	<b>21</b>
2.0 Introduzione	21
2.1 Numeri interi come $a^2 + b^2 = c^2$	22
2.2 Numeri di Armstrong	27
2.3 Scomposizione di una frazione in frazione egiziana	30
2.4 Numeri primi	34
2.4.1 Primo metodo	35
2.4.2 Soluzione	35
2.4.3 Secondo metodo	37
2.4.4 Soluzione	37
2.5 Scomposizione in fattori primi	38
2.5.1 Metodo elementare	38
2.5.2 Soluzione	40
2.5.3 Metodo per una buona rappresentazione	43
2.5.4 Soluzione	44
2.6 Conversione base 10 in un'altra base	45

2.6.1 Conversione in base minore di 10 .....	46
2.6.2 Conversione in base maggiore di 10 .....	48
2.7 Conclusioni.....	51
<b>CAPITOLO 3. SEMPLICI ESERCIZI DI GEOMETRIA .....</b>	<b>53</b>
3.0 Introduzione.....	53
3.1 Perimetro ed area di un triangolo.....	53
3.2 Determinazione di un cerchio passante per tre punti .....	55
3.3 Perimetro di un poligono .....	58
3.4 Tracciamento di una curva .....	60
3.5 Conclusioni.....	63
<b>CAPITOLO 4. ESERCIZI ORIENTATI ALLA GESTIONE .....</b>	<b>65</b>
4.0 Introduzione.....	65
4.1 Scelta secondo il metodo di Shell .....	65
4.2 Fusione di due tavole .....	67
4.3 Giorno della settimana .....	72
4.3.1 Problema .....	73
4.3.2 Soluzione .....	73
4.3.3 Analisi di un programma .....	76
4.4 Differenza tra due date.....	77
4.5 Annuario telefonico .....	78
4.5.1 Esercizio 1 .....	79
4.5.2 Esercizio 2 .....	82
4.6 Conclusioni.....	88
<b>CAPITOLO 5. CALCOLI MATEMATICI .....</b>	<b>89</b>
5.0 Introduzione.....	89
5.1 Divisione di un polinomio per (X-S) .....	89
5.2 Calcolo di un integrale definito.....	91
5.3 Calcolo di con il metodo dei poligoni regolari.....	96
5.4 Risoluzione di un'equazione con dicotomia .....	102
5.5 Valore numerico di un polinomio.....	105
5.6 Conclusioni.....	106
<b>CAPITOLO 6. CALCOLI FINANZIARI .....</b>	<b>107</b>
6.1 Previsione di cifre d'affari.....	107
6.2 Rimborso di un capitale.....	109
6.2.1 Primo metodo di rimborso .....	109

6.2.2 Rimborso con mensilità costanti .....	112
6.3 Calcolo del tasso di crescita .....	116
6.4 Calcolo del montante delle imposte .....	119
6.5 Incidenza di una rendita sul potere d'acquisto .....	123
<b>CAPITOLO 7. GIOCHI .....</b>	<b>127</b>
7.0 Introduzione .....	127
7.1 Un gioco: alto - basso .....	127
7.2 Trova il numero .....	132
7.3 Gioco di Marienbad .....	135
7.4 Conclusioni .....	137
<b>CAPITOLO 8. RICERCA DEL METODO OPERATIVO .....</b>	<b>139</b>
8.0 Introduzione .....	139
8.1 Scelta topologica .....	139
8.2 Il percorso più breve con un grafico .....	143
8.3 Il problema del commesso viaggiatore .....	149
8.4 Conclusioni .....	160
<b>CAPITOLO 9. STATISTICA .....</b>	<b>161</b>
9.0 Introduzione .....	161
9.1 Media di una serie di misure .....	161
9.2 Media, variante, deviazione standard .....	163
9.2.1 Primo problema .....	163
9.2.2 Calcoli dei coefficienti statistici .....	166
9.3 Regressione lineare .....	169
9.4 Conclusioni .....	173
<b>CAPITOLO 10. VARI .....</b>	<b>175</b>
10.0 Introduzione .....	175
10.1 I segni zodiacali .....	175
10.2 Regine su una scacchiera .....	178
10.3 Conclusioni .....	182
<b>APPENDICE L'ALFABETO IN BASIC .....</b>	<b>185</b>
Le costanti e le variabili numeriche .....	186
Le variabili numeriche .....	186
Le espressioni aritmetiche .....	187

Istruzioni di assegnazione aritmetica .....	188
Istruzioni di salto .....	189
Loop di calcolo .....	192
Stringhe di caratteri .....	192
Input e Output .....	194
Bibliografia .....	195

## CAPITOLO 0

# IL VOSTRO PRIMO PROGRAMMA IN BASIC

### 0.0 INTRODUZIONE

Questo capitolo mostra al lettore che ciascuno può imparare a programmare partendo da esempi semplici e che, tranne per una certa categoria di problemi, la programmazione non è cosa da specialisti. Per comprendere questo capitolo, non è dunque necessario conoscere il BASIC e, partendo da un semplice esempio, il lettore apprenderà differenti categorie di istruzioni BASIC e, come sia possibile migliorare progressivamente un programma. Il tema scelto è il calcolo del bilancio familiare che seppur di limitato interesse è comunque utile per applicazioni più interessanti quali il calcolo dell'imposta sul reddito delle persone fisiche (IRPEF) che costituisce l'oggetto di due esercizi nel Capitolo 6.

Per migliorare la conoscenza del linguaggio, il lettore potrà da una parte leggere un libro teorico che presenti in maniera più precisa le differenti istruzioni del linguaggio, certamente in modo meno gradevole di questa, dall'altra fare degli esercizi che sono indispensabili nell'apprendimento della programmazione.

### 0.1 CALCOLO DEL BILANCIO FAMILIARE

Desideriamo ora calcolare il bilancio familiare di una famiglia partendo dal reddito imponibile e dal numero dei componenti della famiglia stessa. Chiameremo:

B bilancio familiare da calcolare

R reddito imponibile

N numero dei componenti la famiglia

Per ottenere il bilancio familiare B è sufficiente effettuare la divisione  $R/N$ . Proporranno quindi un programma in grado di svolgere le seguenti operazioni:

leggere R e N	20 INPUT R,N
calcolare $Q = \frac{R}{N}$	30 Q=R/N
	40 PRINT Q
stampare Q	50 END

Da questo piccolo programma potremo trarre le seguenti constatazioni:

- ogni linea comporta un numero di linea,
- ogni linea comporta un'istruzione,
- l'istruzione di lettura INPUT corrisponde all'impostazione di una informazione nel computer,
- l'istruzione di calcolo  $B=R/N$  si scrive su di una sola linea e la barra obliqua é il simbolo della divisione. Questa barra é chiamata "SLASH",
- il programma termina con l'istruzione END.

L'esecuzione del programma fornisce il seguente risultato:

```
? 100000,3
33333.3
```

Quando il calcolatore deve eseguire l'istruzione INPUT, stampa sul terminale un punto interrogativo che sta a significare l'attesa di dati da parte dell'operatore. In questo esempio di esecuzione, l'operatore ha battuto due numeri separati da una virgola: 100000 e 3. Poiché la lista delle variabili che segue INPUT é R,N, il primo valore é attribuito a R ed il secondo a N. Il computer effettua la divisione e la stampa del risultato.

Questo risultato é corretto dal punto di vista matematico, ma la presentazione é poco elegante. Comanderemo ora al computer di stampare un commento modificando leggermente il programma.

Per far stampare un testo, é sufficiente piazzarlo tra virgolette nell'istruzione PRINT. Cerchiamo ora di migliorare il programma stampando un commento all'inizio dello stesso.

```
10 PRINT "DARE I VALORI DI R ED N",
20 INPUT R,N
30 Q=R/N
40 PRINT "BILANCIO FAMILIARE = ";Q
50 END
```

← Questa virgola impedisce  
il passaggio  
alla linea seguente

Esempio di esecuzione:

```
DARE I VALORI DI DI R ED N ? 100000,3
BILANCIO FAMILIARE = 33333.3
```

← Quando il computer "attende" i dati, anticipa l'utilizzatore ponendo in generale un punto di domanda.



Con alcuni computer, in particolare con numerosi home-computer, si otterrà lo stesso risultato scrivendo:

```
20 INPUT"DARE I VALORI DI R ED N",R,N
```

In questa forma l'istruzione INPUT stampa un testo prima che il calcolatore legga i dati introdotti dall'operatore.

## 0.2 SECONDO CALCOLO DEL BILANCIO FAMILIARE

Consideriamo ora il caso dell'impiegato a stipendio fisso. I dati di base sono il reddito netto dal quale dedurremo forfettariamente un 10% per renderlo più reale, poi applicheremo le altre deduzioni quali: l'assicurazione sulla vita, interesse di un mutuo, etc., il calcolo del reddito imponibile é dunque:

reddito imponibile =  $0.80 \times \text{reddito netto} + \text{pensioni e redditi vitalizi}$   
a titolo gratuito - deduzioni

Il reddito imponibile é quindi utilizzato per il calcolo del bilancio familiare.

```
100 PRINT"IMPOSTARE IL REDDITO NETTO";
110 INPUT R1
120 PRINT"IMPOSTARE IL MONTANTE DELLE PENSIONI E LE RENDITE VITALIZIE";
130 INPUT P
140 PRINT"IMPOSTARE IL MONTANTE DELLE DEDUZIONI";
150 INPUT D
160 R=.80*R1+P-D
170 PRINT"IMPOSTARE IL NUMERO DEI COMPONENTI LA FAMIGLIA";
180 INPUT N
190 Q=R/N
200 PRINT
210 PRINT"REDDITO IMPONIBILE= ";R;" BILANCIO FAMILIARE= ";E
220 END
```

Esempio di esecuzione:

```
IMPOSTARE LA RENDITA NETTA ? 140000
IMPOSTARE IL MONTANTE DELLE PENSIONI E DELLE RENDITE VITALIZIE ? 1000
IMPOSTARE IL MONTANTE DELLE DEDUZIONI ? 7000
IMPOSTARE IL NUMERO DEI COMPONENTI LA FAMIGLIA ? 4
REDDITO IMPONIBILE= 109200
BILANCIO FAMILIARE= 27300
```

## 0.3 CONCLUSIONI

Si può ora modificare il programma per fare in modo che consideri:

- il numero di adulti ed anziani che incidono ciascuno per una certa parte
- il numero di bambini che incidono ciascuno per metà
- il reddito netto ordinando al computer di eseguire il calcolo delle deduzioni

Si può inoltre domandare al calcolatore di fare il calcolo del montante delle imposte. Questo sarà trattato nel Capitolo 6.

Con questo semplice esempio si potrà facilmente proseguire il lavoro. Per altri problemi invece, saranno necessarie nozioni più precise concernenti per esempio i flow-chart che saranno presentati in seguito.

Come tutti i linguaggi di programmazione, il BASIC é costituito da un “alfabeto” proposto nell’appendice.

## CAPITOLO 1

# FLOW-CHART

### 1.0 INTRODUZIONE

Il capitolo precedente ha mostrato come si possano facilmente apprendere i rudimenti del linguaggio BASIC, che ci ha permesso di scrivere un semplice programma. Tuttavia man mano che i problemi diventano più complessi, non é più possibile scrivere direttamente il programma. E' necessario prima analizzare il problema quindi disegnare un "flow-chart". In effetti l'esperienza ha mostrato che questo costituisce un aiuto prezioso per la programmazione, in particolare per chi é all'inizio di questa attività.

Lo scopo di questo capitolo é mostrare come si costruisce un flow-chart. I capitoli seguenti permetteranno al lettore di applicare ciò che avrà appreso ed inoltre di completare le proprie conoscenze.

In seguito, con l'esperienza, diviene possibile ridurre il tempo per disegnare il flow-chart, questo é comunque da sconsigliare al neofita.

### 1.1 SCOPO DEL FLOW-CHART

Il flow-chart costituisce una rappresentazione grafica del problema trattato. Lo stato attuale della tecnica non consente al calcolatore di comprendere questa rappresentazione, ciò pone, dunque, il problema della sua utilità.

Il flow-chart permette di verificare che al momento dell'analisi del problema, certi casi non siano stati dimenticati e facilita il dialogo tra diverse persone che partecipano alla elaborazione del programma. Per il neofita il flow-chart di dettaglio costituisce una tappa preliminare che aiuta ad una buona programmazione.

#### 1.1.1 DIFFERENTI TIPI DI FLOW-CHART

Nella pratica si distinguono tre tipi di flow-chart:

- flow-chart di catena: soprattutto utilizzati in gestione, mettono in evidenza i legamenti tra archivi e programmi,

- flow-chart di principio: molto utili per descrivere in modo macroscopico grossi programmi che comportano un “concatenamento di algoritmi”, è di interesse molto limitato per piccoli programmi,
- flow-chart di dettaglio: costituiscono una rappresentazione precisa e completa dell'argomento trattato, tolgono ogni eventuale ambiguità e permettono una facile programmazione.

*Tuttavia il flow-chart deve restare il più possibile indipendente dal linguaggio di programmazione utilizzato.*

### 1.1.2 NORME

Le tecniche del flow-chart sono state l'oggetto di una norma AFNOR Z 67-010 che è stata omologata nell'Aprile 1966. Alla fine del capitolo troveremo i principali simboli utilizzati per il disegno del flow-chart.

#### *NOTE:*

1. In italiano la traduzione del termine flow-chart è **DIAGRAMMA DI FLUSSO**.
2. Esistono altri metodi per la rappresentazione degli algoritmi, ma questi presuppongono un'approfondita conoscenza delle tecniche di programmazione.

Vediamo allora un semplice esempio di mini flow-chart, ciò permetterà di constatare che la soluzione non è una sola prima dello studio del problema.

## 1.2 IL VALORE PIU' ALTO DI DUE NUMERI A E B

Supponiamo che X assuma il valore più alto dei due numeri A e B. Come procedere per minimizzare la stesura?

*1.2.1 Prima soluzione:* si raffrontano A e B, se  $A \geq B$  allora si pone il valore di A nella X altrimenti si pone il valore di B nella X.

Questo metodo può essere rappresentato per mezzo del flow-chart di Fig. 1.1 che contiene un “rombo” nel quale si trova il confronto  $A \geq B$ , e due “rettangoli” che corrispondono a delle “assegnazioni”.

Il listato di Fig. 1.2 corrisponde alla sequenza BASIC relativa.

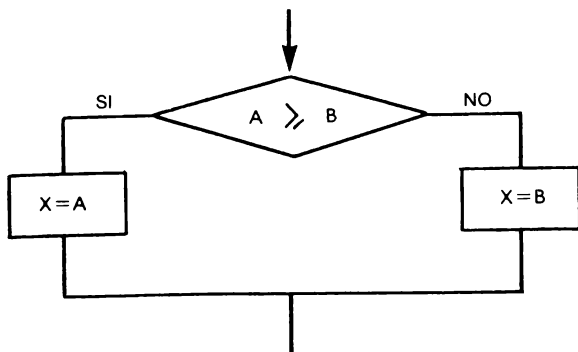


Figura 1.1

```

100 IF A > = B THEN 130
110 X = B
120 GOTO 140
130 X = A
140 seguito
  
```

Figura 1.2

Utilizzando un BASIC più evoluto si potrà scrivere

```

100 IF A > = B THEN X = A ELSE X = B
  
```

*1.2.2 Seconda soluzione:* per evitare il salto della linea 120, si può modificare il flow-chart di Fig. 1.1 sostituendo una delle istruzioni di assegnazione, da qui il flow-chart di Fig.1.3 che potrà essere scritto in BASIC.

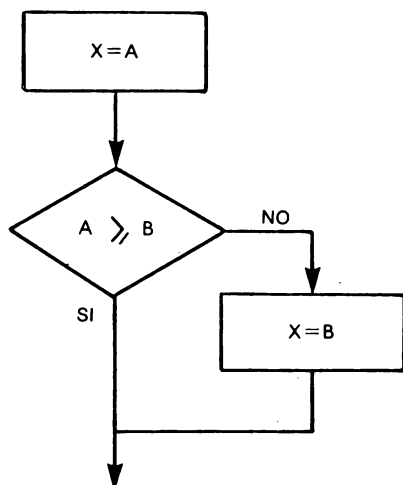


Figura 1.3

```

100 X = A
110 IF A > = B THEN 130
120 X=B
130 seguito
  
```

Figura 1.4

Sotto questa forma si economizza nel listato un GOTO. Questo permette di ridurne un pò l'ingombro.

Con un BASIC evoluto si avrà:

```
100 X = A
110 IF -- B    A THEN X = B
```

**1.2.3 Terza soluzione:** certi interpreti BASIC, sfortunatamente rari, comportano le funzioni MAX e MIN. E' sufficiente allora scrivere:

```
100 X = MAX (A,B)
```

Attualmente queste funzioni MAX e MIN sono raramente disponibili sui personal computer.

NOTA: quando queste funzioni sono disponibili, ammettono un numero qualunque di parametri: si può quindi scrivere per esempio

```
Y = MAX (X,Z,C)
```

oppure ancora:

```
Y = MIN (X + Z,U*W,K*SIN(A))
```

### 1.3 ESEMPIO DI FLOW-CHART: ELEMENTO MAGGIORE DI UNA TABELLA

Supponiamo di cercare l'elemento più grande di una tabella A di 100 numeri. Il metodo proposto é il seguente:

- porre  $X = A(1)$
- assegnare successivamente a I i valori 2,3,4 fino a 100:
  - confrontare X e A(I)
  - se  $X < A(I)$  trasferire il valore di A(I) nella X altrimenti continuare.

Quando si é terminato, X conterrà il valore più alto. Questo metodo può essere rappresentato con il flow-chart seguente

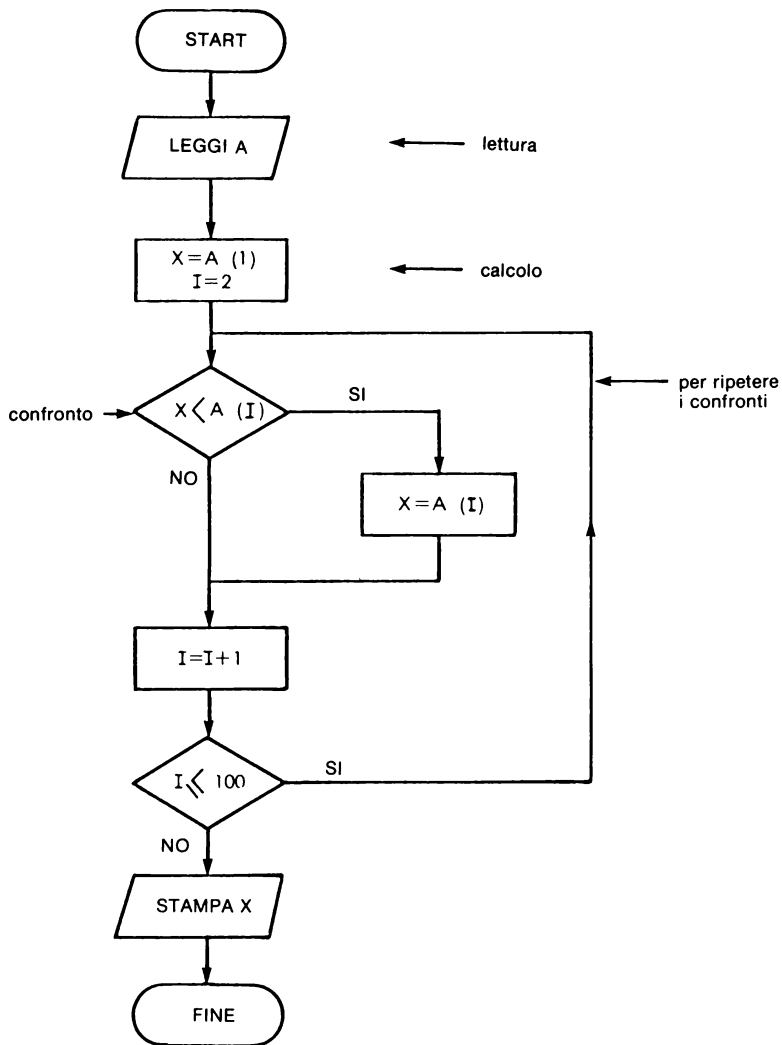


Figura 1.5

Questo schema pone in evidenza che:

- le istruzioni di Input/Output sono rappresentate da un parallelogramma,
- le istruzioni di calcolo sono rappresentate come un rettangolo
- le istruzioni di confronto sono rappresentate da un rombo.

Constatiamo inoltre un tipo di istruzione curiosa per l'“apprendista“

$$I = I + 1$$

In maniera più generale un'istruzione di calcolo si scriverà:

$$\text{variabile} = < \text{espressione} >$$

Questa istruzione significa calcolare il valore numerico dell'espressione e porre il risultato nella variabile situata a sinistra del segno = (uguale). Per questa ragione detta istruzione è chiamata di “assegnazione” ed il carattere = (uguale) rappresenta appunto il simbolo dell'assegnazione.

Per contro in un rombo  $I = 100$  significa confrontare  $I$  e 100 e vedere se essi hanno il medesimo valore. In nessun caso bisogna porre il valore 100 nella  $I$ . Nel rombo, il carattere = (uguale) è un simbolo di confronto.

## 1.4 COME VERIFICARE UN FLOW-CHART

Se si procede alla programmazione partendo da un errato flow-chart, il risultato non sarà certo quello auspicato. E' dunque consigliabile, dove possibile, assicurarsi dell'esattezza del flow-chart prima di cominciare la programmazione.

Per questo si può far “girare” il flow-chart “a mano”, in questo caso l'essere umano simula la macchina che funzionerà nel rispetto di quanto previsto nel flow-chart potendo comunque intervenire ove fosse necessario.

Riprendiamo il flow-chart di Fig. 1.5 e interessiamoci ad una tabella più piccola, per esempio di 5 numeri.

I	1	2	3	4	5
A(I)	3	2	4	-1	6

Figura 1.6

All'inizio poniamo  $X = A(1)$ ,  $X$  assumerà quindi il valore 3. Possiamo ora far girare il loop di calcolo. La tabella 1.7 mostra l'evoluzione del contenuto di  $X$  in funzione di  $I$ .



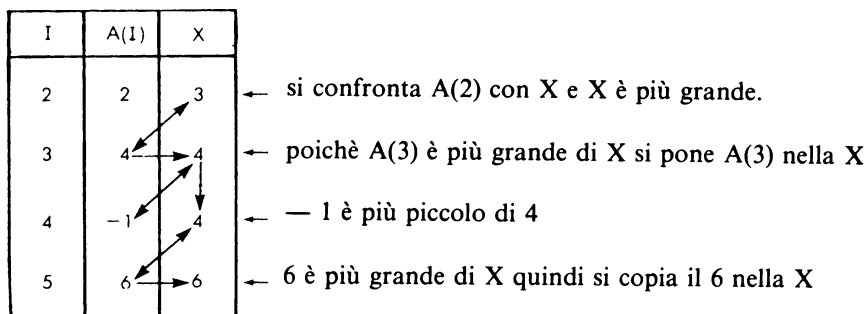


Figura 1.7

Constatiamo che X si sposta verso il valore più alto della tabella. Si può dunque programmare questo flow-chart.

**NOTA:** Questo metodo si può applicare solo con flow-chart molto semplici. Il flow-chart della Fig.1.5 può essere tradotto in BASIC in differenti modi, per esempio:

```

100 DIM A(100)
110 FOR I = 1 TO 100
120   READ A(I)
130 NEXT I
140 X = A(1)
150 FOR I = 2 TO 100
160   IF X >= A(I) THEN 180
170   X = A(I)
180 NEXT I
190 PRINT "MASSIMO NUMERO DELLA TABELLA= "; X
200 DATA ....
210 DATA ....
410 END
  
```

Figura 1.8

Questa forma non è la migliore, ma è di facile comprensione:

- le linee da 110 a 130 sono destinate a far leggere tutta la tabella,
- le linee da 140 a 180 inclusa, corrispondono alla ricerca del valore più alto,
- le linee da 200 a 400 contengono normalmente i valori numerici dei 100 elementi della tabella.

### *Critica a questo programma*

Questo programma non può funzionare correttamente se la tabella non contiene esattamente 100 elementi. Di solito si preferisce far leggere prima il numero  $n$  degli elementi che costituiscono la tabella ed in seguito prevedere un programma capace di adattarsi al numero  $n$  di elementi. Il programma della Fig. 1.9 è, da questo punto di vista, senz'altro migliore.

```
100 DIM A(100)
105 READ N
110 FOR I = 1 TO N
120   READ A(I)
130 NEXT I
140 X = A(1)
150 FOR I = 2 TO N
160   IF X >= A(I) THEN 180
170   X = A(I)
180 NEXT I
190 PRINT "MASSIMO NUMERO DELLA TABELLA= ", X
200 DATA 5
210 DATA 3,-2,34,5,0
410 END
```

### *Esempio di esecuzione:*

MASSIMO NUMERO DELLA TABELLA= 34

Figura 1.9

### *Commenti:*

- l'istruzione 105 permette di leggere il numero " $n$ " degli elementi della tabella,
- la linea 200 contiene il valore numerico 5 corrispondente qui a 5 elementi,
- la linea 210 contiene i 5 valori numerici,
- sotto questa forma, questo programma è limitato dall'istruzione DIM A(100) a 100 elementi. Modificando questa dichiarazione, è possibile adattare il programma a tabelle di maggiori o minori dimensioni,
- questa forma riduce le modifiche del programma consentendone inoltre una migliore leggibilità.

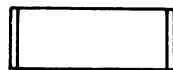
In generale è consigliabile che il valore di chiusura del loop FOR, sia una variabile piuttosto che una costante.

## Gli elementi di un flow-chart

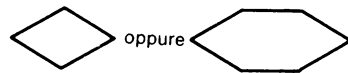
Simbolo generale di trattamento



Chiamata ad un sottoprogramma



Simbolo di test



Rinvio



Inizio e fine programma



Input/Output  
simbolo generale



Input da tastiera



Output su carta (stampante)



Un altro metodo più conciso consisterà nello scrivere:

```
10 DIM A(100)
15 N = 100
20 MAT READ A
30 X = A(1)
40 FOR I = 2 TO N
50 X = MAX(X,A(I))
60 NEXT I
70 PRINT"MASSIMO NUMERO DELLA TABELLA: ";X
80
90
*
*
*
160
170 END
```

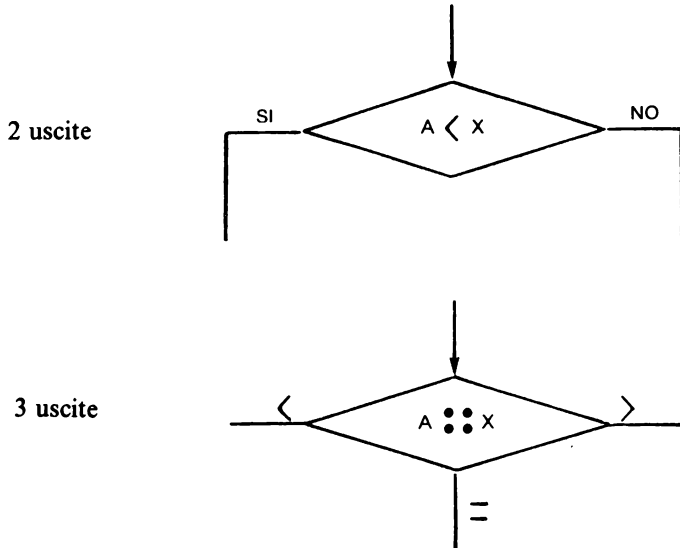
} attenzione la funzione MAX  
non è disponibile  
su tutti i sistemi

} istruzioni DATA

Figura 1.10

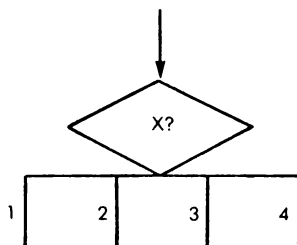
## 1.5 I TEST

In un flow-chart, un test ha un'entrata ed in generale 2 o 3 uscite. La rappresentazione si ottiene nel modo seguente:



Il simbolo :: è utilizzato come simbolo di confronto.

Si può concepire a livello di flow-chart un test con più di 3 uscite poichè il flow-chart è una rappresentazione dell'algoritmo. La norma non prevede la rappresentazione per test che abbiano più di 3 uscite. Si può per esempio utilizzare la seguente rappresentazione:



## 1.6 UNA TECNICA: LA BILANCIA

Come rappresentare un flow-chart di dettaglio in modo che la parte sinistra sia percorsa ad ogni loop dispari e che la parte destra sia percorsa ad ogni loop pari, fino al termine del loop stesso?

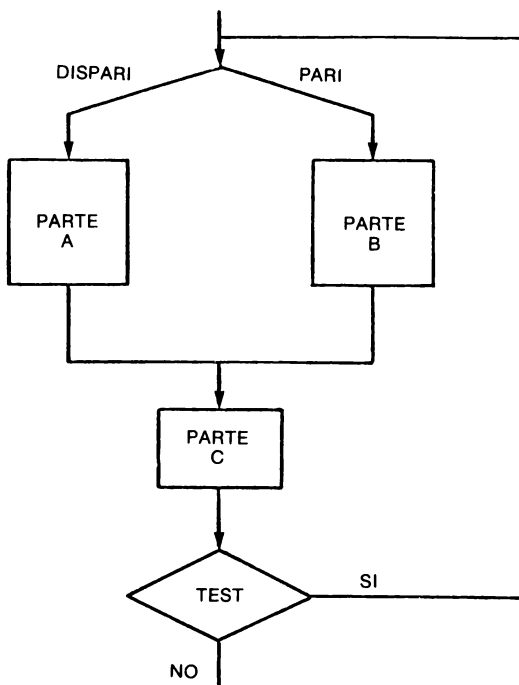


Figura 1.11

Un metodo semplice consiste nell'utilizzare una variabile ausiliaria, il cui valore permetterà di effettuare questa "bilancia". Per esempio si attribuirà alla variabile B il valore 0 prima di entrare nel loop. Successivamente un test sulla variabile B farà andare a sinistra se B vale 0. Nella posizione di sinistra si aggiungerà un'istruzione B=1 in modo che al test successivo ci si sposti nella parte destra. In questa parte si aggiungerà l'istruzione B=0 che per avere al giro seguente uno scambio verso sinistra. Questo porta al flow-chart di Fig. 1.12.

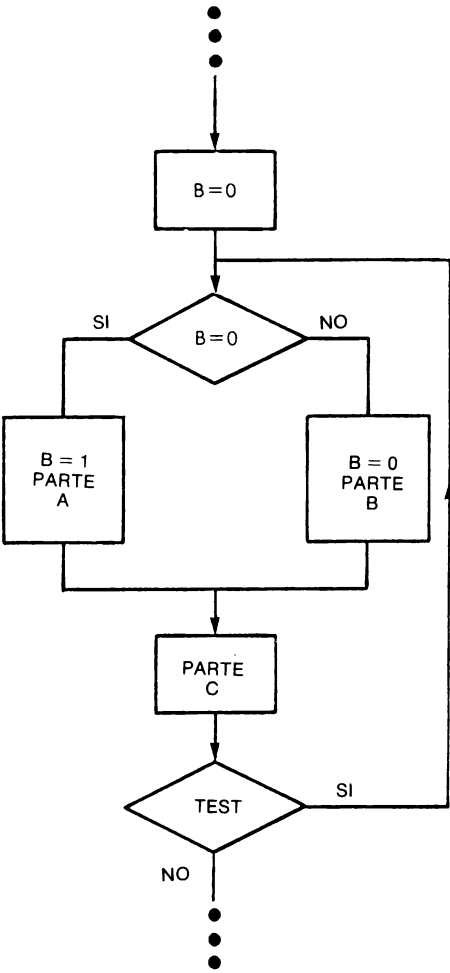


Figura 1.12

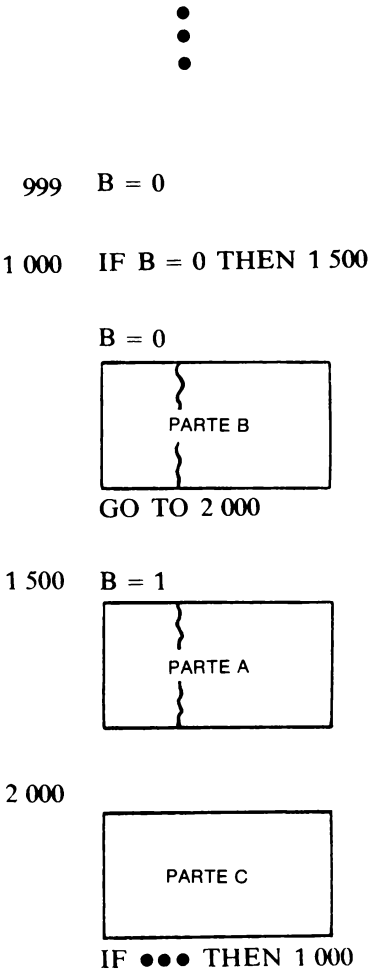


Figura 1.13

A partire dal flow-chart di Fig.1.7, la programmazione in BASIC è facilmente realizzabile nella sequenza mostrata dalla Fig.1.13. I numeri di linea sono dati solo a titolo di esempio.

NOTA 1: con il FORTRAN 77 si potrà scrivere:

```

999      B = 0
1 000    IF (B.EQ.0) THEN
                        B = 1
                        partie A
                        ELSE
                        B = 0
                        PARTIE B
                        ENDIF
      partie C
      IF (      ) GO TO 1 000

```

Figura 1.14

NOTA 2: Con il CBASIC (1) si potrà scrivere:

```

999      B = 0
1 000    IF B = 0 THEN
                        B = 1 :
                        Partie A
                        ELSE
                        B = 0
                        Partie B
      partie C
      IF THEN 1 000

```

Non abbiamo riportato i numeri di linea, che sono obbligatori, ma, comunque non necessari alla comprensione.

Figura 1.15

## 1.7 CONCLUSIONI

In questo capitolo abbiamo visto gli elementi di base che permettono di tracciare un flow-chart. L'appendice presenta un caso generale la cui conoscenza non è utile per il "neofita" ma che è molto interessante per coloro i quali s'interessano di problemi più complessi. Studiando gli esercizi dei capitoli seguenti, il lettore potrà perfezionare la propria conoscenza dei flow-chart e soprattutto il modo per realizzarli.

(1) Il CBASIC costituisce il marchio depositato del BASIC esteso commercializzato dalla società americana SOFTWARE SYSTEMS e che funziona sotto il sistema operativo CP/M, disponibile sui sistemi compatibili INTEL 8080 Z80, INTEL 8080, INTEL 8085.

## APPENDICE

Generalizzazione di una bilancia a  $p$  posizioni

Bisogna ora che il primo percorso sia fatto nel ramo 1, il secondo nel ramo 2, il  $p$ -esimo nel ramo  $p$ , il  $p+1$ -esimo nel ramo 1 e così di seguito. In generale si dirà che il percorso dev'essere fatto nel ramo  $i$  modulo  $p$ .

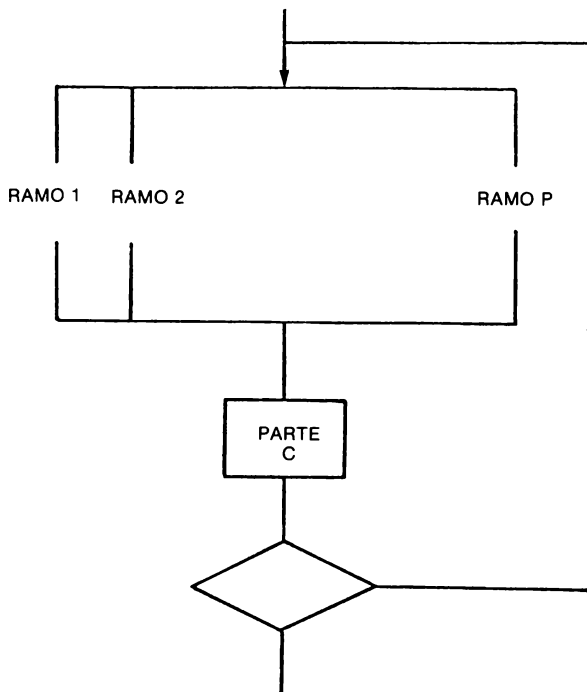


Figura 1.16

Non è più possibile rappresentare il metodo migliore in maniera concisa per mezzo di un flow-chart, poichè sarà più opportuno utilizzare un'istruzione di



GOTO calcolato di Fig.1.17 anzichè una serie di test. Una prima soluzione è data dalla sequenza 1.17

```

999 B = 1
1 000 ON B GO TO 1 100, 1 300, 1 500, 1 600
1 100 B = 2
      Ramo 1
      GO TO 1 800
1 300 B = 3
      Ramo 2
      GO TO 1 800
1 500 B = 4
      Ramo 3
      GO TO 1 800
1 600 B = 1
      Ramo 4
1 800
      Parte C
      IF ...THEN 1 000

```

Figura 1.17

Si constata allora che è possibile accorciare la sequenza utilizzando l'istruzione  $B = B + 1$  posizionata nel "tronco" comune, tale istruzione fornisce la sequenza di Fig.1.18.

```

999 B = 1
1 000 ON B GO TO 1 100, 1 300, 1 500, 1 600
1 100
      Ramo 1
      GO TO 1 800
1 300
      Ramo 2
      GO TO 1 800
1 500
      Ramo 3
      GO TO 1 800
1 660
      Ramo 4
1 800 B = B + 1
      IF B > 4 THEN B = 1
      Parte C
      IF ...THEN 1 000

```

Figura 1.18



## CAPITOLO 2

# ESERCIZI CONCERNENTI I NUMERI INTERI

## 2.0 INTRODUZIONE

Questo capitolo propone degli esercizi relativi ai numeri interi. I flow-chart non sono sempre facili da costruire e, da questo punto di vista, questi esercizi presentano un interesse didattico. Si consiglia al lettore, in caso di difficoltà, di non fermarsi troppo su certi esercizi, ma di passare agli altri capitoli per ritornarci in un secondo tempo.

Le soluzioni proposte valgono per gli interpreti BASIC "standard". Tuttavia sempre più frequentemente si trovano sistemi sui quali l'interprete BASIC accetta variabili intere, la cui rappresentazione si ottiene con una lettera seguita dal carattere %.

Esempio A%, B%

Per questi esercizi l'utilizzo di variabili intere che non superino il valore di +32767 (1), permette di ridurre sia il tempo di esecuzione che lo spazio in memoria.

Comunque non tutti i sistemi accettano le variabili intere. Inoltre, insieme a queste variabili le funzioni standard SIN, COS, SQR, etc. sono raramente disponibili.

Una difficoltà che si incontra in questo tipo di problema è la necessità di effettuare delle "divisioni intere" e di calcolarne il resto. Per esempio si desidera conoscere Q e R tali che:

$$A = B \times Q + R$$

Per questo bisogna effettuare la divisione intera A/B per la quale il BASIC non dispone di operatori particolari. Si utilizzerà dunque la funzione INT e si scriverà:

$$\begin{aligned} Q &= \text{INT} ( A / B ) \\ R &= A - Q \times B \end{aligned}$$

---

(1) Questo limite è proprio della maggior parte dei personal computer. Tale limite è più elevato quando si utilizzano dei "mini" o dei grossi calcolatori.

Così si otterrà il divisore Q e il resto R. Quando si ha la possibilità di utilizzare delle variabili intere, è sufficiente scrivere:

$$Q \% = A \% / B \%$$

$$R \% = A \% - B \% * Q \%$$

oppure se interessa solo il resto:

— nel primo caso:

$$R = A - B * \text{INT} ( A / B )$$

— nel secondo caso:

$$R\% = A\% - B\% * ( A\% / B\% )$$

## 2.1 NUMERI INTERI COME $a^2 + b^2 = c^2$

**Problema:** Trovare tutti i numeri  $a$  e  $b$  interi compresi tra 1 e 100 in modo che  $a^2 + b^2$  sia uguale ad un quadrato perfetto.

Si chiede:

- di analizzare il problema,
- di stabilire un metodo e disegnare il flow-chart,
- di scrivere il programma BASIC corrispondente.

**Soluzioni:** Per prima cosa notiamo che sarà necessario eliminare una delle due soluzioni identiche salvo una permutazione dei valori. Per esempio:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 3 \\ b = 4 \\ c = 5 \end{array} \right. \quad e \quad \left\{ \begin{array}{l} a = 4 \\ b = 3 \\ c = 5 \end{array} \right. \quad \text{costituiscono due soluzioni identiche}$$

per evitare questo si cercheranno dei numeri  $b$  che siano  $> a$ . Si potrà quindi far mutare una variabile intera  $i$  da 1 a 99 e la seconda variabile  $j$  da  $i + 1$  a 100.

Bisogna ora sapere se  $i^2 + j^2$  è un quadrato perfetto, vengono presentati due metodi:

*1° metodo.* Si procederà con prove successive su una variabile  $k$  alla quale si faranno assumere dei valori numerici partendo da  $j + 1$ .

Se si trova  $i^2 + j^2 = k^2$  si è ottenuta una soluzione

Se si trova  $i^2 + j^2 > k^2$  proseguire le prove incrementando  $k$  di 1

Se si trova  $i^2 + j^2 < k^2$  la coppia  $i, j$  è errata.

# Flow-chart

## Secondo metodo

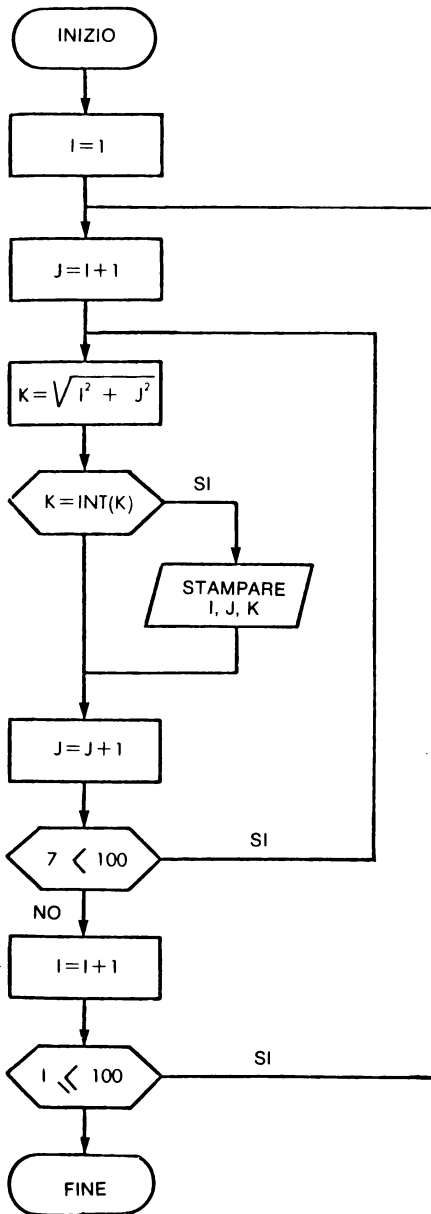


Figura 2.1

## Primo metodo

Rappresentiamo di seguito solo la parte che differisce dal secondo.

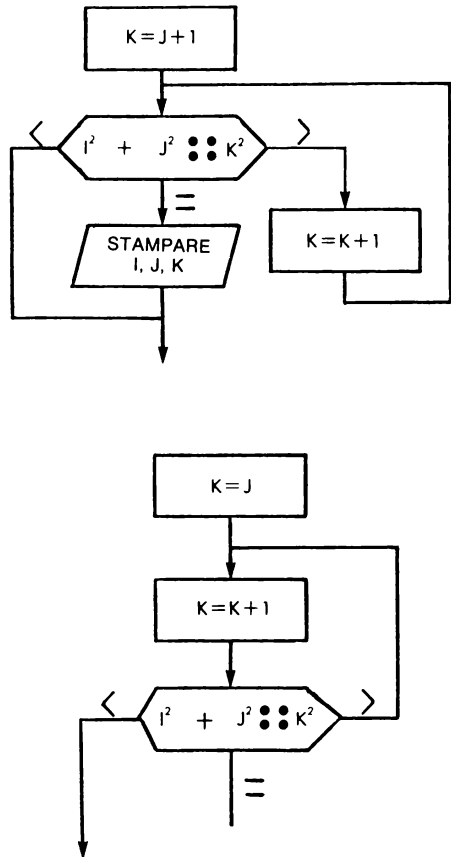


Figura 2.2

2° metodo. Si calcola:

$$k = \sqrt{i^2 + j^2}$$

se  $k$  è intero allora si è trovata una soluzione, altrimenti la coppia  $i, j$  è errata. Per sapere se  $k$  è intero, è sufficiente comparare  $k$  ed  $\text{INT}(k)$ . Siamo così giunti ai flow-chart Figg.2.1 e 2.2 nei quali constatiamo:

- la presenza di un loop di calcolo su  $J$  per fare variare  $J$  da  $I+1$  a 100,
- la presenza di un loop di livello superiore per fare variare  $I$  da 1 a 99.

Partendo dai flow-chart di Figg.2.1 e 2.2, si potranno facilmente scrivere i programmi riportati in Figg.2.3 e 2.4.

```
5 N=100
10 FOR I = 1 TO N-1
20   J=I+1 TO N
30   K=SQR(I*I+J*J)
40   IF K <> INT(K) THEN 60
50   PRINT I;J;K
60   NEXT J
70 NEXT I
80 END
```

lista del programma con il secondo metodo

Figura 2.3

```
5 N=100
10 FOR I = 1 TO N
20   FOR J = I+1 TO N
30     S=I*I+J*J : K=J
40     K=K+1 : K2=K*K
50     IF K2 < S THEN 40
60     IF K2 > S THEN 80
70     PRINT I;J;K
80   NEXT J
90 NEXT I
100 END
```

lista del programma con il primo metodo

Figura 2.4

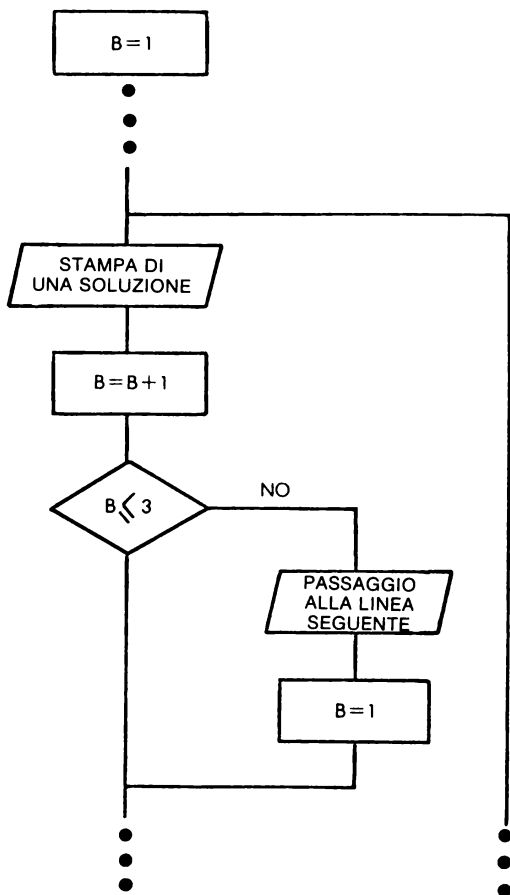
Per facilitare la lettura di un programma, consigliamo al lettore di scrivere in “modo strutturato” scalando di circa due caratteri le istruzioni riguardanti i loop FOR ... NEXT.

I listing delle Figg.2.5 e 2.6 mostrano l'utilità dell'istruzione PRINT USING che permette di migliorare la presentazione dei risultati.

3	4	5	100	N=100
5	12	13	110	FOR I = 1 TO N
6	8	10	120	FOR J = I+1 TO N
7	24	25	130	S=I*I+J*J
8	15	17	140	K=J
9	12	15	150	K=K+1
9	40	41	160	K2=K*K
10	24	26	170	IF K2 < S THEN 150
11	60	61	180	IF K2 > S THEN 200
12	16	20	190	PRINT USING 220,I,J,K
12	35	37	200	NEXT J
13	84	85	210	NEXT I
14	48	50	220	*** **
15	20	25	230	END
15	36	39		
16	30	34		
16	63	65		
18	24	30		
18	80	82		
20	21	29		
20	48	52		
20	99	101		
21	28	35		
21	72	75		
24	32	40		
24	45	51		
24	70	74		
25	60	65		
27	36	45		
28	45	53		
28	96	100		
30	40	50		
30	72	78		
32	60	68		
33	44	55		
33	56	65		
35	84	91		
36	48	60		
36	77	85		
39	52	65		
39	80	89		
40	42	58		
40	75	85		
40	96	104		
42	56	70		
45	60	75		
48	55	73		
48	64	80		
48	90	102		
51	68	85		
54	72	90		
56	90	106		
57	76	95		
60	63	87		
60	80	100		
60	91	109		
63	84	105		
65	72	97		
66	88	110		
69	92	115		
72	96	120		
75	100	125		
80	84	116		

Figura 2.5

Il listing di Fig.2.5 corrisponde ad un programma la cui uscita è molto “lineare” quindi un pò ingombrante. Per ridurre questa lunghezza si può preparare un’“edizione” su tre colonne. Per questo si utilizza una variabile ausiliaria **B** che fa eseguire un passaggio alla linea seguente dopo la stampa successiva di tre soluzioni. Abbiamo dunque modificato leggermente il flow-chart precedente nel seguente modo:



Questa soluzione porta ai listati di Figg.2.6 e 2.7



```

100 N=100
105 B=1
110 FOR I = 1 TO N
120   FOR J = I+1 TO N
130     S=I*I+J*J
140     K=J
150     K=K+1
160     K2=K*K
170     IF K2 < S THEN 150
180     IF K2 > S THEN 200
190     PRINT USING 220,I,J,K,
195     B=B+1
197     IF B <=3 THEN 200
198     PRINT 199
199     B=1
200   NEXT J
210 NEXT I
220 :***   ***   ***   I
230 END

```

Figura 2.6

Esempio di esecuzione:

3	4	5	I	5	12	13	I	6	8	10	I
7	24	25	I	8	15	17	I	9	12	15	I
9	40	41	I	10	24	26	I	11	60	61	I
12	16	20	I	12	35	37	I	13	84	85	I
14	48	50	I	15	20	25	I	15	36	39	I
16	30	34	I	16	63	65	I	18	24	30	I
18	80	82	I	20	21	29	I	20	48	52	I
20	99	101	I	21	28	35	I	21	72	75	I
24	32	40	I	24	45	51	I	24	70	74	I
25	60	65	I	27	36	45	I	28	45	53	I
28	96	100	I	30	40	50	I	30	72	78	I
32	60	68	I	33	44	55	I	33	56	65	I
35	84	91	I	36	48	60	I	36	77	85	I
39	52	65	I	39	80	89	I	40	42	58	I
40	75	85	I	40	96	104	I	42	56	70	I
45	60	75	I	48	55	73	I	48	64	80	I
48	90	102	I	51	68	85	I	54	72	90	I
56	90	106	I	57	76	95	I	60	63	87	I
60	80	100	I	60	91	109	I	63	84	105	I
65	72	97	I	66	88	110	I	69	92	115	I
72	96	120	I	75	100	125	I	80	84	116	I

Figura 2.7

## 2.2 NUMERI DI ARMSTRONG

Si chiamano numeri di Armstrong, quei numeri che sono uguali alla somma dei cubi delle cifre che li compongono. Per esempio 153 è un numero di Armstrong poichè:

$$153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$$

Scrivere un programma per ottenere tutti i numeri di Armstrong compresi tra 1 e 2000.

**Analisi di un problema:** Per analizzare ogni numero, si dovrà scomporlo in ognuna delle cifre che lo compongono ed in seguito calcolare la somma dei cubi delle cifre.

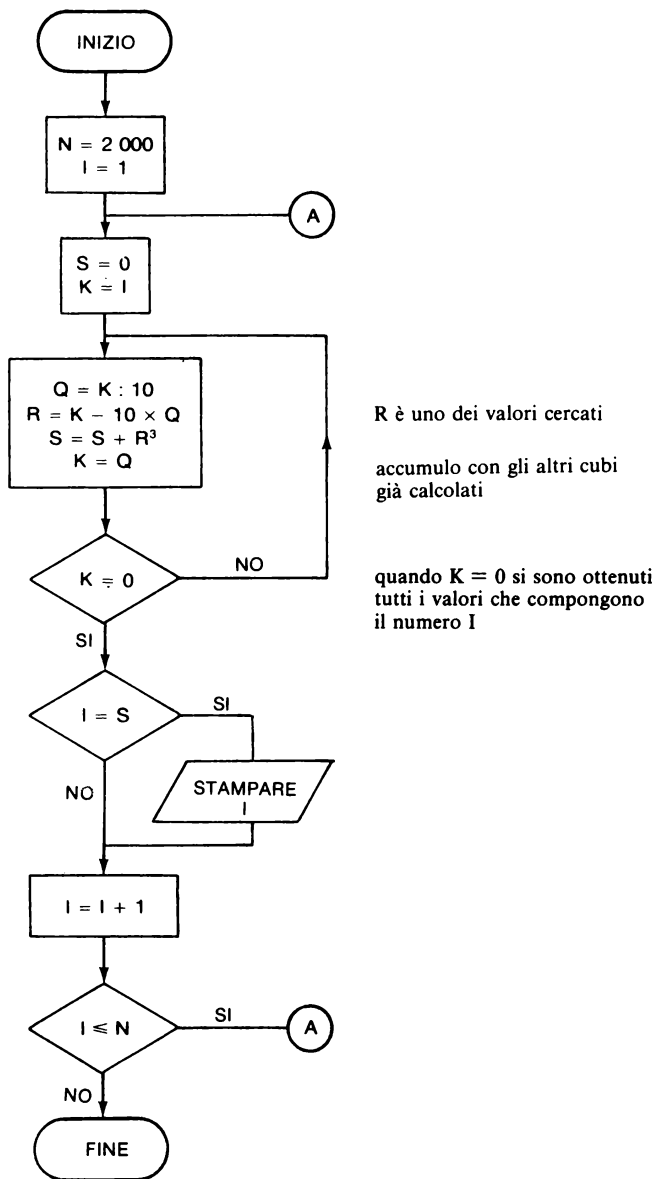


Figura 2.8

Per ottenere la cifra delle unità, è sufficiente calcolare il resto della divisione intera di questo numero per 10. Se I è il numero, calcoleremo come segue:

$$Q = \text{INT} ( I/10 )$$

$$R = I - 10 \times Q \quad R \text{ dà la cifra delle unità}$$

Per ottenere ora la cifra delle decine, sarà sufficiente ricominciare la stessa operazione partendo da Q.

$$Q = \text{INT} ( Q/10 )$$

$$R = Q - 10 \cdot Q1$$

Un modo comune di procedere può essere quello di continuare finchè il quoziente della divisione è uguale a zero. Se si limita  $N = 2000$ , non si supereranno le quattro cifre.

Piuttosto che calcolare Q1 poi Q2 e così di seguito, si può operare nel seguente modo:

1. Porre  $K = I$
2. Calcolare  $Q = \text{intero} (K/10)$   
 $R = K - 10 \times Q$   
 porre  $S = S + R3$   
 porre  $K = Q$  per la seguente iterazione  
 se  $K > 0$  ritornare in 2 altrimenti andare in 3
3. Provare se  $S = I$

Questo ci porta al flow-chart di Fig. 2.8.

Il listato di Fig. 2.9 corrisponde al flow-chart di Fig. 2.8. L'esempio di esecuzione mostra che i numeri di Armstrong non sono poi tanti.

```

10 N=2000
20 PRINT"NUMERI DI ARMSTRONG TRA 1 E 2000 "
30 PRINT
40 FOR I=1 TO N
50   S=0
60   K=I
70   Q=INT(K/10)
80   R=K-10*Q
90   S=S+R*R*R
100  K=Q
110  IF K<>0 THEN 70
120  IF I<>S THEN 130
125  PRINT I
130  NEXT I
140 END

```

Figura 2.9

Esempio di esecuzione:

```

NUMERI DI ARMSTRONG TRA 1 E 2000
1
153
370
371
407

```

Figura 2.10

## 2.3 SCOMPOSIZIONE DI UNA FRAZIONE IN FRAZIONI EGIZIANE

Una frazione quando ha per numeratore 1 è chiamata frazione EGIZIANA (1), esempio  $1/3$ ,  $1/10$ .

Si chiamano frazioni proprie quelle che hanno il numeratore più piccolo del denominatore.

*Problema:* scomporre una frazione propria in una somma di frazioni Egiziane. Per far questo proponiamo di utilizzare l'algoritmo di FIBONACCI (2).

Sia  $a/b$  la frazione da scomporre. Per determinare la prima frazione della scomposizione, si prende la più grande frazione Egiziana il cui valore è inferiore ad  $a/b$ . Si sottrae questa frazione da  $a/b$  e si continua con questa procedura fintanto che il resto sia uguale a zero.

Esempio:

$$a = 2 \quad b = 3 \quad \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

la più grande frazione da prendere è  $\frac{1}{2}$

$$\frac{a}{b} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

dunque

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

la scomposizione non è sempre così rapida. Ad esempio per  $8/11$  si trova

$$\frac{8}{11} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{55} + \frac{1}{110}$$

*Esercizio:* Costruire un programma che scomponga una frazione in frazioni Egiziane secondo l'algoritmo di Fibonacci. Porre particolare attenzione alla rappresentazione dei risultati. Si discuterà inoltre circa i limiti del programma e le precauzioni da prendere.

---

(1) Queste frazioni erano utilizzate nell'antichità dagli Egiziani che non riuscivano ad utilizzare altri tipi di frazioni.

(2) FIBONACCI: Leonardo da PISA conosciuto sotto il nome di Fibonacci nato verso il 1175 a Pisa, pubblicò questo algoritmo nel 1202.

**Soluzione:** Questo problema è in apparenza molto semplice, è necessario:

- cercare la più grande frazione Egiziana inferiore ad  $a/b$
- calcolare la frazione restante.

Se si parte da  $C = \text{intero di } B/A$ , si avrà,

$$\frac{1}{C} \geq \frac{A}{B}$$

ma  $C$  sarà molto vicino al denominatore cercato. E' sufficiente dunque porre  $C = C + 1$  fino a che  $1/c < A/B$  e si è allora trovata la frazione cercata.

La frazione restante si ottiene da:

$$\frac{A}{B} - \frac{1}{C}$$

che è dato come  $\begin{cases} AC - B = \text{numeratore} \\ BC = \text{denominatore} \end{cases}$

Partendo da questa analisi si può disegnare un primo flow-chart. Ma si può già fare un'importante considerazione: i calcoli devono essere effettuati unicamente con numeri interi che possono diventare molto grandi. E' noto che la rappresentazione dei numeri in BASIC dà una precisione limitata. E' necessario dunque prevedere un test per assicurarsi che non sia stata superata la precisione del calcolatore utilizzato.

Questo test dovrà essere fatto a priori dopo ogni moltiplicazione  $A \times C$  e  $B \times C$ , ma quando  $B > A$ , è sufficiente fare un test sulla seconda moltiplicazione. Questo porta al flow-chart delle Figg. 2.11 e 2.12. Il test di arresto è  $B < P$ .

NOTA: Come nei problemi precedenti, si possono utilizzare le variabili intere se il computer utilizzato lo permette. Tuttavia per i microcalcolatori questo porta, generalmente, ad una capacità inferiore. E' dunque preferibile lavorare con delle variabili normali.

Il programma è stato realizzato in due parti:

- un programma principale che effettua l'I/O e qualche test,
- un sottoprogramma che a ciascuna "iterazione" cerca la più grande frazione Egiziana possibile, e la frazione restante per la tappa successiva.

Spezzando il programma in due parti, si aumenta un pò il numero delle istruzioni, ma la sua scrittura è resa più semplice.

Nel flow-chart di Fig. 2.11, si fa appello alla variabile  $L$  che assume solo 2 valori: 0 e 1. Inizialmente questa variabile è posta a zero e permette, grazie al test, di non far precedere le prime frazioni trovate dal segno +. Poi, assume il valore 1 e ogni frazione seguente è preceduta dal segno +. Si ottiene così una stampa molto "elegante" sebbene tutto sia sistemato su una sola linea.

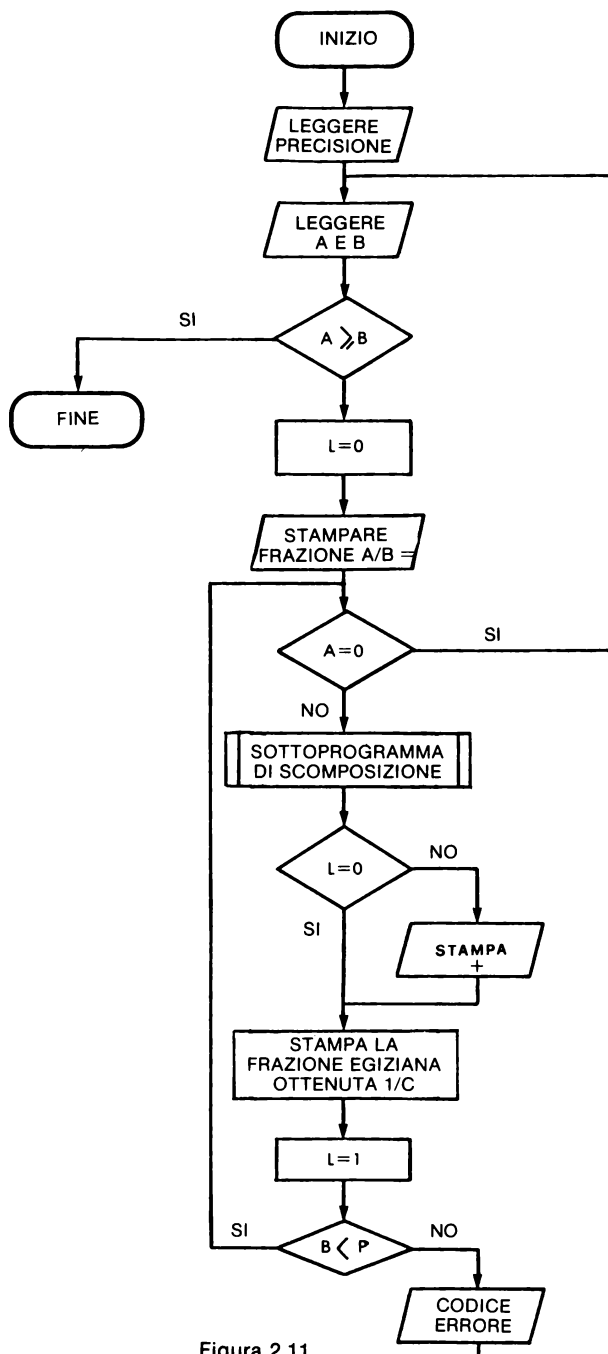


Figura 2.11

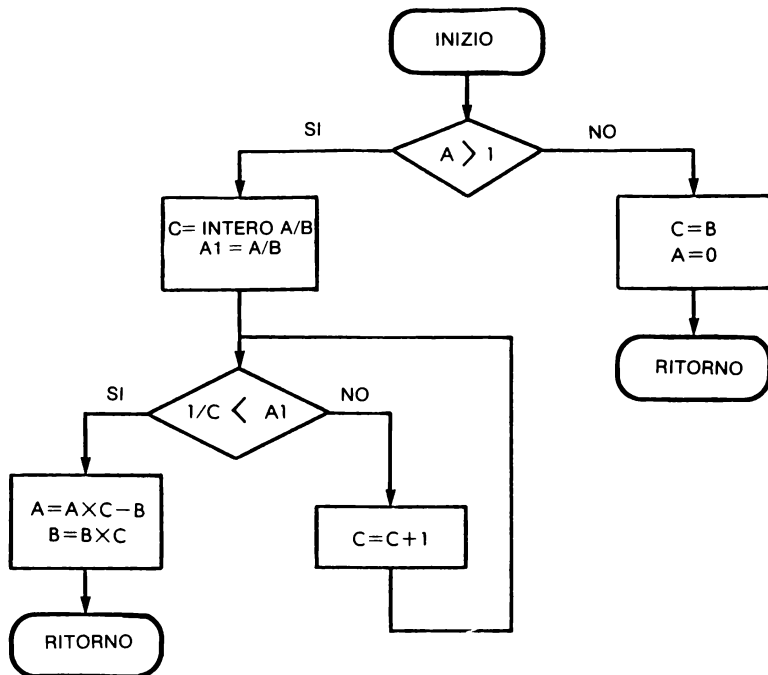


Figura 2.12

*Commenti al programma:*

- Per un calcolatore la precisione dei dati è costante. Si può dunque:

- sia indicare al programma il numero più grande possibile nel programma per mezzo di un'istruzione di assegnazione oppure delle istruzioni READ e DATA. Quest'ultima soluzione è quella adottata,
- sia domandare all'utilizzatore di indicare il numero più grande ammissibile durante l'esecuzione. Questa soluzione è meno pratica da realizzare.

- Per fermare il programma è sufficiente introdurre due numeri A e B in modo che A sia maggiore di B.

*Suggerimenti:* Partendo da questo programma se ne può scrivere un'altra versione di tipo "conversazionale" che permetterà all'utilizzatore stesso di provare una diversa scomposizione, senza che sia obbligato ad effettuare i calcoli. Il programma s'incarica di indicare la frazione restante.

```

100 PRINT "SCOMPOSIZIONE IN FRAZIONI EGIZIANE"
105 READ P
110 PRINT
120 PRINT
130 PRINT "IMPOSTARE NUMERATORE, DENOMINATORE ";
140 INPUT A,B
150 IF A > = B THEN 800
160 L = 0
170 PRINT : PRINT
180 PRINT "FRAZIONE ";A;"/";B;" = ";
190 IF A = 0 THEN 110
200 GOSUB 500
210 IF L = 0 THEN 230
220 PRINT " + ";
230 PRINT "1/";C;
235 L = 1
240 IF B < P THEN 190
300 PRINT " SUPERO DI CAPACITA'"
310 GOTO 110
500 IF A > 1 THEN 600
510 C = B
520 A = 0
530 RETURN
600 C = INT (B / A)
605 A1 = A / B
610 IF 1 / C < A1 THEN 640
620 C = C + 1
630 GOTO 610
640 A = A * C - B
650 B = B * C
670 RETURN
700 DATA 32767
800 END

```

← massimo numero intero ammissibile

Figura 2.13

Esempio di esecuzione:

```

SCOMPOSIZIONE IN FRAZIONI EGIZIANE

IMPOSTARE NUMERATORE, DENOMINATORE ?2,3

FRAZIONE 2/3 = 1/2 + 1/6
IMPOSTARE NUMERATORE, DENOMINATORE ?8,11

FRAZIONE 8/11 = 1/2 + 1/5 + 1/37 + 1/4070
IMPOSTARE NUMERATORE, DENOMINATORE ?3,7

FRAZIONE 3/7 = 1/3 + 1/11 + 1/231
IMPOSTARE NUMERATORE, DENOMINATORE ?7,13

FFRAZIONE 7/13 = 1/2 + 1/26
IMPOSTARE NUMERATORE, DENOMINATORE ?13,29

FRAZIONE 13/29 = 1/3 + 1/9 + 1/262 SUPERO DI CAPACITA'
IMPOSTARE NUMERATORE, DENOMINATORE ?11,29

FRAZIONE 11/29 = 1/3 + 1/22 + 1/1914
IMPOSTARE NUMERATORE, DENOMINATORE ?3,2

```

Figura 2.14

## 2.4 I NUMERI PRIMI

Un primo metodo per trovare i numeri primi consiste nel cercare, partendo dal numero 3, i numeri dispari che accettano come divisori solo se stessi o la cifra 1.



Studieremo in seguito un metodo più raffinato.

**2.4.1 Primo metodo:** Scrivere un semplice programma che stampi N numeri primi. Per l'esecuzione si prenderà N tra 10 e 60. Studiare poi come migliorare la presentazione.

**2.4.2 Soluzione:** L'ossatura generale del programma corrisponde al flow-chart di Fig. 2.15.

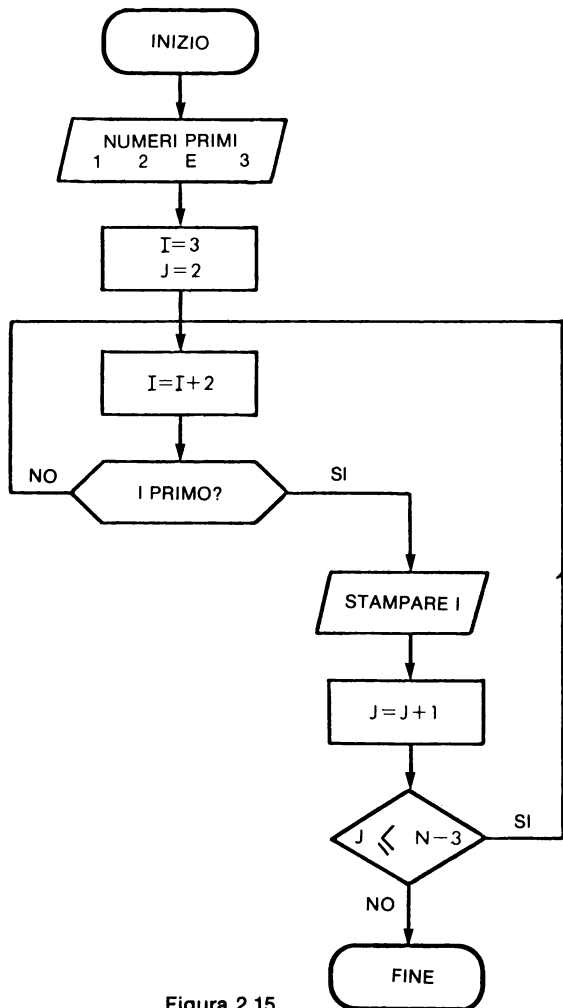


Figura 2.15

- stampare i numeri 1, 2 e 3
- poi cercare, in seguito, N-3 altri numeri primi facendo avanzare I di due passi per volta; di due passi perchè i numeri primi sono tutti dispari.

Per determinare se I è un numero primo, sarà necessario eseguire test successivi utilizzando numeri dispari fino ad ottenere uno dei seguenti casi:

- si ottiene come resto 0, questo significa che I non è un numero primo
- si ottiene come resto un numero diverso da zero ed un quoziente inferiore o uguale al divisore, in questo caso I è un numero primo.

Per rispondere alla domanda “I è un numero primo?“, è necessario eseguire una parte del flow-chart di Fig. 2.16. Si possono ora tracciare i dettagli del flow-chart e soprattutto si può scrivere il programma.

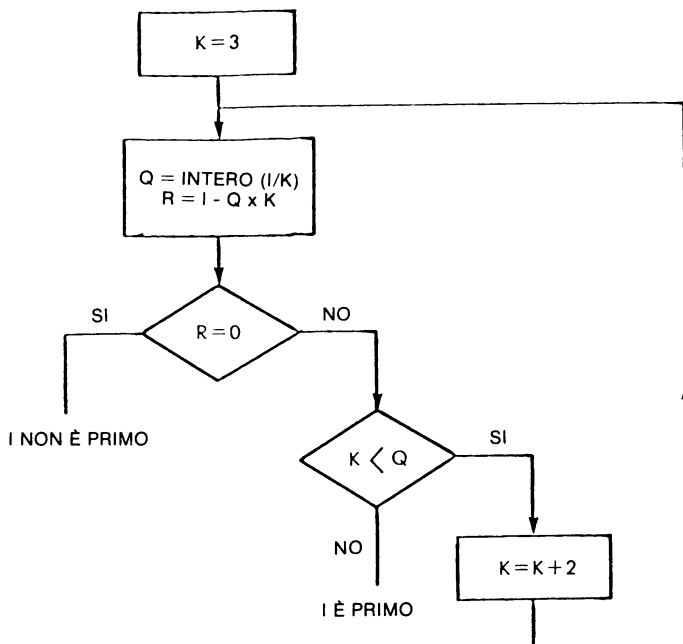


Figura 2.16

```

100 N = 60
110 PR# 1: PRINT "
115 PRINT "I PRIMI ";N;" NUMERI PRIMI SONO: "
120 PRINT 1,2,3
130 I = 3
140 FOR J = 1 TO N - 3
150 I = I + 2
160 K = 3
170 Q = INT (I / K)
180 R = I - Q * K
190 IF R = 0 THEN GOTO 150
200 IF K > Q THEN GOTO 230
210 K = K + 2
220 GOTO 170
230 PRINT I,
240 NEXT J
250 END

```

Figura 2.17

Esempio di esecuzione:

I PRIMI 60 NUMERI PRIMI SONO:				
1	2	3		
5	7	11	13	17
19	23	29	31	37
41	43	47	53	59
61	67	71	73	79
83	89	97	101	103
107	109	113	127	131
137	139	149	151	157
163	167	173	179	181
191	193	197	199	211
223	227	229	233	239
241	251	257	263	269
271	277			

Figura 2.18

**2.4.3 Secondo metodo:** Cominciando dal numero 5 incluso, tutti i numeri primi sono dati come  $6n + 1$ , con  $n$  intero. Inoltre è sufficiente cercare i divisori tra i numeri primi già trovati. Scrivere un programma che tenga conto di queste due note.

**2.4.4 Soluzione:** Per ricercare gli eventuali divisori fra i numeri primi già trovati è necessario poterli memorizzare, questo rende necessario l'utilizzo di una tabella la cui dimensione limiterà il numero massimo dei numeri primi che si potranno cercare. Inoltre i numeri dati come  $6n + 1$  sono indivisibili per 2 e per 3, sarà quindi sufficiente cercare dei divisori a partire dal numero 5.

Scomponiamo il lavoro in due parti:

— un programma principale inizializza la tabella T, aggiorna la variabile A e chiama un sottoprogramma.

— il sottoprogramma prova se la variabile A rappresenta un numero primo, se si la pone nella tabella T. Quando la tabella T è riempita il contenuto viene stampato.

Si giunge così ai flow-chart di Figg. 2.19 e 2.20.

Esempio di esecuzione:

## 2.5 SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI

Scomporre un numero in fattori primi consiste nel cercare tutti i divisori primi di questo numero.

*2.5.1 Metodo elementare:* Si cercheranno i divisori a partire dal numero 2. Dal momento in cui si trova un divisore lo si stampa. Quando un divisore non è più conveniente, si passa al divisore successivo.

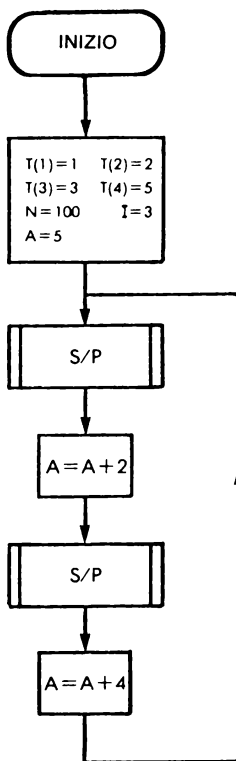


Figura 2.19

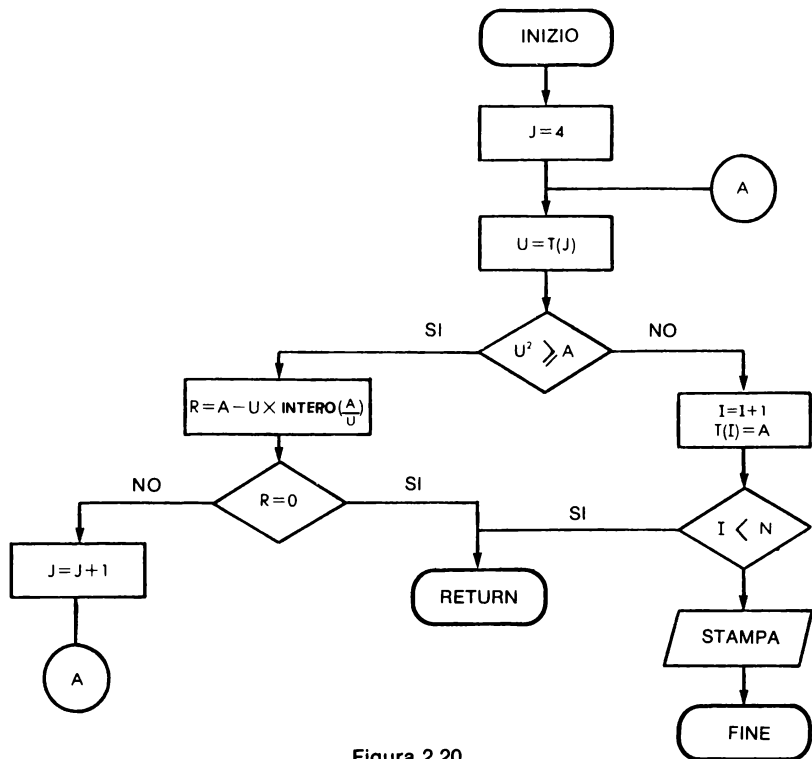


Figura 2.20

```

100 DIM T(200)
110 T(1) = 1:T(2) = 2:T(3) = 3:T(4) = 5
150 B = 5:I = 3
160 N = 200
170 GOSUB 500
180 B = B + 2
190 GOSUB 500
200 B = B + 4
210 GOTO 170
500 FOR J = 4 TO I
510 U = T(J)
520 IF U * U < B THEN 560
530 R = B - INT(B / U) * U
540 IF R = 0 THEN RETURN
550 NEXT J
560 I = I + 1
570 T(I) = B
580 IF I < N THEN RETURN
590 PRINT "IL SEGUENTE LISTATO CONTIENE ";N;" NUMERI PRIMI:"
600 PRINT
610 K = 0
620 FOR I = 1 TO N
630 PRINT TAB(7 * K);T(I);
640 K = K + 1
650 IF K > 10 THEN 670
660 K = 0:PRINT
670 NEXT I
680 END
  
```

Figura 2.21

Esempio di esecuzione:

IL LISTATO CONTIENE 200 NUMERI PRIMI

1	2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	53	59	61	67
71	73	79	83	89	97	101	103	107	109
113	127	131	137	139	149	151	157	163	167
173	179	181	191	193	197	199	211	223	227
229	233	239	241	251	257	263	269	271	277
281	283	293	307	311	313	317	331	337	347
349	353	359	367	373	379	383	389	397	401
409	419	421	431	433	439	443	449	457	461
463	467	479	487	491	499	503	509	521	523
541	547	557	563	569	571	577	587	593	599
601	607	613	617	619	631	641	643	647	653
659	661	673	677	683	691	701	709	719	727
733	739	743	751	757	761	769	773	787	797
809	811	821	823	827	829	839	853	857	859
863	877	881	883	887	907	911	919	929	937
941	947	953	967	971	977	983	991	997	1005
1013	1019	1021	1031	1033	1039	1049	1051	1061	1063
1069	1087	1091	1093	1097	1103	1109	1117	1123	1129
1151	1153	1163	1171	1181	1187	1193	1201	1213	1217

Figura 2.22

Se, ad un certo punto, si trova un quoziente più piccolo del divisore:

- se il dividendo è il numero dato, questo è il numero primo,
- se il dividendo è inferiore, questo allora è un numero primo che divide il numero.

Costruire un programma che effettua questa scomposizione, che poi richieda un altro numero finché non gli venga dato un numero negativo oppure zero, il che costituisce un criterio di arresto.

2.5.2 *Soluzione*: La struttura generale del programma è data dal flow-chart di Fig.

2.23. Bisogna ora dettagliare la parte “scomposizione”.

Per effettuare questa scomposizione si può utilizzare il seguente algoritmo:

1. Ricopiare  $N$  in  $N_1$
2. Per  $I$  che assume successivamente i valori 2, 3, 4, 5, etc.

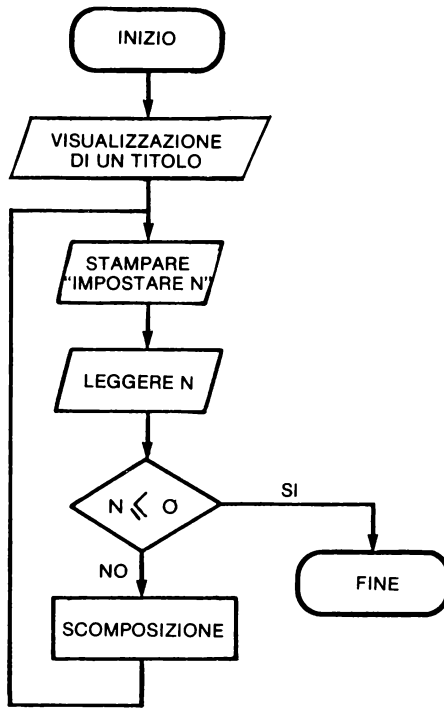


Figura 2.23

- 2.a Provare se  $I$  è un divisore di  $N$ ,  
 sia  $Q$  il quoziente,  
 se  $I$  è un divisore, stampare  $I$ , porre  $N=Q$  e ritornare in 2.a,  
 se  $I$  non è un divisore andare in 2.b.
- 2.b Se il quoziente  $Q$  è più grande di  $I$ , incrementare  $I$  ritornando in 2,  
 se il quoziente  $Q$  è  $\leq I$  allora:
  - se  $N=1$  è terminata la scomposizione
  - se  $N=N_1$  allora  $N$  è primo,
  - se  $N < N_1$  allora  $N$  è un divisore e bisogna stamparlo alla fine della scomposizione.

Questo metodo porta al flow-chart di Fig. 2.24 partendo dal quale si è scritto, senza difficoltà, il programma in Fig. 2.25.

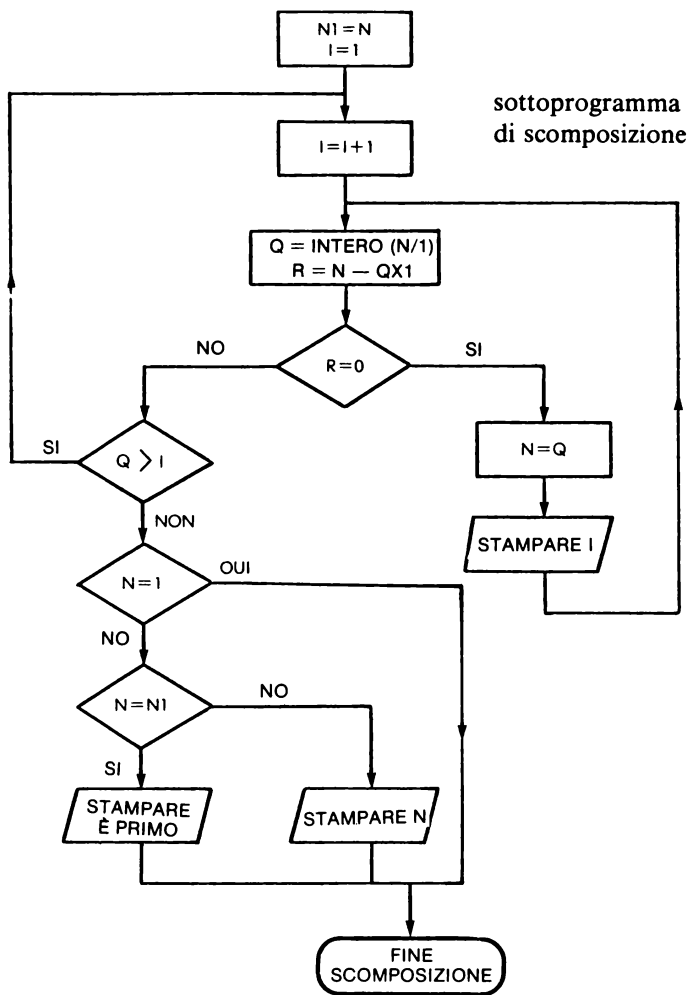


Figura 2.24



```

100 REM  SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI
110 REM
120 PRINT "SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI"
130 PRINT : PRINT
140 INPUT "IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE ";N
150 IF N < = 0 THEN STOP
160 N1 = N
170 I = 1
180 I = I + 1
200 Q = INT (N / I)
210 R = N - Q * I
220 IF R < > 0 THEN 290
230 N = Q
240 PRINT I" ";
250 GOTO 200
290 IF Q > I THEN 180
300 IF N = 1 THEN 350
310 IF N < > N1 THEN 340
320 PRINT TAB( 5);"E' PRIMO."
330 GOTO 350
340 PRINT N
350 PRINT
360 GOTO 130
370 END

```

Figura 2.25

Esempio di esecuzione:

```

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI

IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE 12
2 2 3

IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE 38
2 19

IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE 262144
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE 65784
2 2 2 3 2741

IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE 1217
E' PRIMO.

IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE 35427
3 7 7 241

IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE 0

BREAK IN 150

```

Figura 2.26

**2.5.3 Metodo per una elegante presentazione:** La presentazione dei risultati ottenuti con il metodo precedente non è certo molto gradevole. Migliorarla per ottenere il seguente risultato:

```

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI

IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE      65784
E' DIVISIBILE PER 2                      3      VOLTE
E' DIVISIBILE PER 3                      1      VOLTE
E' DIVISIBILE PER 2741                   1      VOLTA

```

IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE E' PRIMO,	1217	
IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE	35427	
E' DIVISIBILE PER 3	1	VOLTE
E' DIVISIBILE PER 7	2	VOLTE
E' DIVISIBILE PER 241	1	VOLTA
IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE	262144	
E' DIVISIBILE PER 2	18	VOLTE
IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE	19	
E' PRIMO,		
IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE	14	
E' DIVISIBILE PER 2	1	VOLTE
E' DIVISIBILE PER 7	1	VOLTA
IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE	0	
BREAK IN 160		

Figura 2.27

Si chiede di costruire il programma corrispondente.

**2.5.4 Soluzione:** Si può partire dal flow-chart di Fig. 2.24 che dovrà essere modificato per stampare solo quando si termina con un divisore. La parte incorniciata del flow-chart precedente è dunque sostituita dal flow-chart che segue:

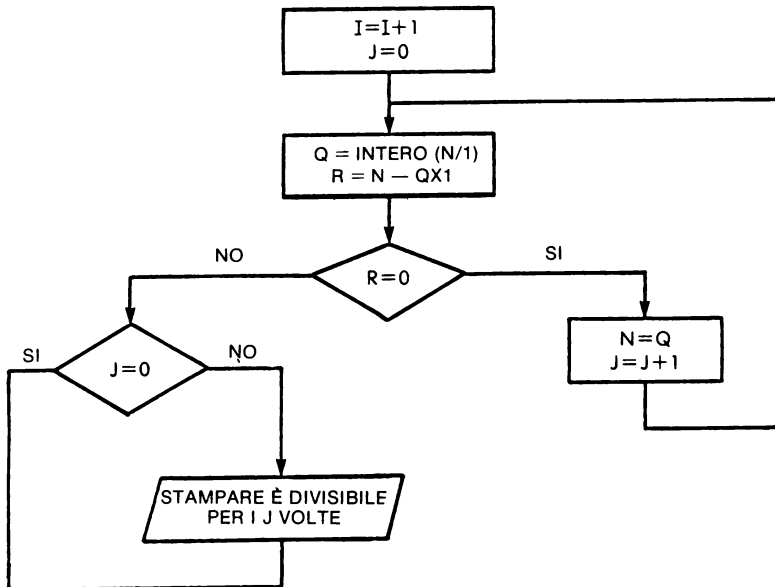


Figura 2.28

E' ora sufficiente modificare il programma precedente per giungere alla nuova stesura. Oltre alle modifiche date per la parte di flow-chart, non bisognerà dimenticare di modificare le istruzioni di stampa. Questo porta al listato di Fig. 2.29.

```

100 REM SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI
110 REM
120 PRINT "SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI"
130 PRINT : PRINT
140 INPUT "IMPOSTARE IL NUMERO DA SCOMPORRE ";N
150 N1 = N
160 IF N < = 0 THEN STOP
170 I = 1
180 I = I + 1
190 J = 0
200 Q = INT (N / I)
210 R = N - Q * I
220 IF R < > 0 THEN 260
230 N = Q
240 J = J + 1
250 GOTO 200
260 IF J = 0 THEN 290
270 PRINT " E' DIVISIBILE PER ";I;" "; TAB( 10);J; TAB( 18);" SOLI"
280 GOTO 180
290 IF Q > I THEN 180
300 IF N = 1 THEN 350
310 IF N < > N1 THEN 340
320 PRINT TAB( 5);"E' PRIMO,"
330 GOTO 350
340 PRINT " E' DIVISIBILE PER ";N; TAB( 10);" 1"; TAB( 18);" SOLI"
350 PRINT
360 GOTO 140
370 END

```

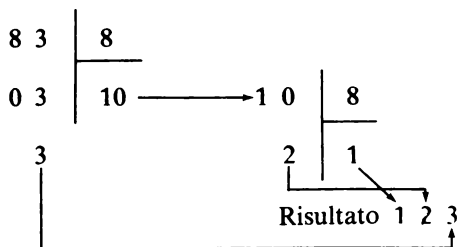
Figura 2.29

## 2.6 CONVERSIONE BASE 10 IN UN'ALTRA BASE

La rappresentazione di un numero in differenti sistemi di numerazione (base 10, base 8, base 2, etc.) costituisce per "l'uomo della strada", un esercizio matematico senza concreta utilità. Invece, per gli "informatici", questo lavoro presenta un'utilità reale soprattutto quando si programma in linguaggio assembler. Per questa ragione sarà presentato questo esercizio. Il principio della conversione è il seguente:

- effettuare delle divisioni successive per la nuova base fino a che non si ottenga un quoziente inferiore al valore della nuova base;

**Esempio: conversione di 83 scritto in base 10 nella base 8:**



- la cifra delle unità corrisponde al primo resto. La cifra seguente corrisponde al resto seguente e così via. L'ultima cifra è l'ultimo quoziente.

Così 83 dà in base 8 123,  
83 dà in base 7 146.

**2.6.1 Conversione in base minore di dieci:** Scrivere un programma che stampi una tabella di conversione tra due numeri D e F dati dall'utilizzatore. La conversione si effettua da base 10 verso un'altra base inferiore a 10.

**Soluzione:** La costruzione di questo programma ha qualcosa di familiare con i programmi precedenti:

- utilizzo della "divisione intera",
- calcolo del resto,
- inserimento in una tabella.

Per meglio distinguere la struttura generale dell'algoritmo propriamente detto, si scomporrà il programma in due parti: il programma principale che effettua l'I/O e un sottoprogramma corrispondente all'algoritmo di cambiamento di base.

La costruzione del flow-chart di Fig. 2.30 non presenta difficoltà. Mentre il flow-chart di Fig. 2.31 necessita di alcune spiegazioni.

- Quando si comincia ad effettuare la conversione, non si sa a priori quante cifre significative avrà il nuovo numero: sarà dunque obbligatorio inserire le cifre nell'ordine in cui si ottengono.
- Il metodo proposto fornisce prima le cifre relative alle unità, poi quelle delle decine (o più esattamente quelle corrispondenti a un esponente 1) e così di seguito. Per inserirle nella tabella A si procede partendo da  $J=1$ .

A ogni cifra trovata      $A(J) = R$   
                                      $J = J + 1$  (per la successiva cifra da inserire)

Per l'ultima cifra si pone  $A(J) = Q$

Si può ora costruire il flow-chart di Fig. 2.31 del sottoprogramma di conversione e in seguito scrivere il programma completo. Per la stampa del numero desiderato, è necessario procedere nell'ordine inverso rispetto a quello utilizzato per ottenerlo; per esempio se il numero convertito è 127, si è ottenuto:

$A(1) = 7$   
 $A(2) = 2$   
 $A(3) = 1$                       in questo caso  $L = 3$

Per stampare con ordine si scriverà:

FOR I=L TO 1 STEP -1

PRINT A(I);                      per restare sulla stessa linea

NEXT I

PRINT                              per passare alla linea seguente

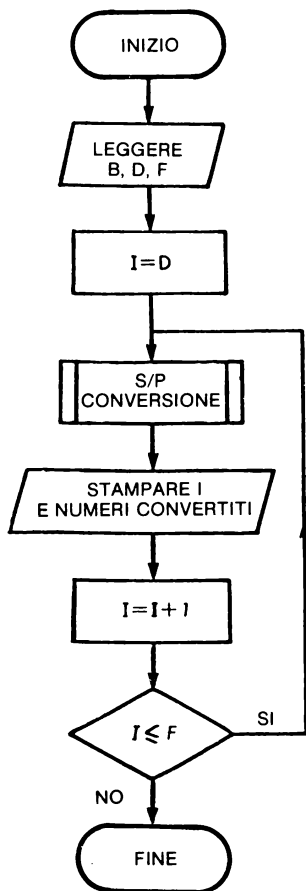


Figura 2.30

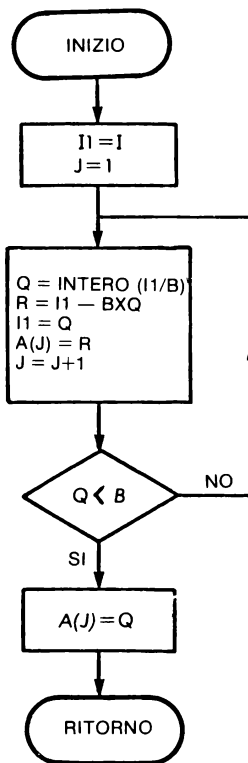


Figura 2.31

```

95 DIM A(15)
100 PRINT "LA NUOVA BASE ";
110 INPUT B
120 PRINT "PRIMO E ULTIMO NUMERO DA CONVERTIRE ";
130 INPUT F,L
140 FOR I = F TO L
150 PRINT
160 GOSUB 1500
170 REM STAMPA LA TABELLA
180 PRINT I; TAB( 6);
190 FOR D = J TO 1 STEP - 1
200 PRINT A(D);
210 NEXT D
220 NEXT I
230 STOP
1500 I1 = I
1510 J = 1
1520 Q = INT (I1 / B)
1530 R = I1 - Q * B
1535 I1 = Q
1540 A(J) = I,
1545 J = J + 1
1550 IF Q > = B THEN 1520
1560 A(J) = Q
1570 RETURN
1580 END

```

```

LA NUOVA BASE ?16
PRIMO E ULTIMO NUMERO DA
CONVERTIRE ?16380,16390
16380 3151512
16381 3151513
16382 3151514
16383 3151515
16384 4000
16385 4001
16386 4002
16387 4003
16388 4004
16389 4005
16390 4006
BREAK IN 230
J

```

Figura 2.32

Esempio di esecuzioni.

```

LA NUOVA BASE ?2
PRIMO E ULTIMO NUMERO DA CONVERTIRE ?260,280
260 100000100
261 100000101
262 100000110
263 100000111
264 100001000
265 100001001
266 100001010
267 100001011
268 100001100
269 100001101
270 100001110
271 100001111
272 100010000
273 100010001
274 100010010
275 100010011
276 100010100
277 100010101
278 100010110
279 100010111
280 100011000
BREAK IN 230
J

```

```

LA NUOVA BASE ?8
PRIMO E ULTIMO NUMERO DA
CONVERTIRE ?70,90
70 106
71 107
72 110
73 111
74 112
75 113
76 114
77 115
78 116
79 117
80 120
81 121
82 122
83 123
84 124
85 125
86 126
87 127
88 130
89 131
90 132
BREAK IN 230
J

```

Figura 2.33

**2.6.2 Conversione in base maggiore di 10:** Estendere il programma al fine di permettere la stampa di una tabella di conversione per una base maggiore di 10. In questo caso si rappresenterà la cifra 10 con la lettera A, 11 con la lettera B e così di seguito.

*Soluzione:* Si utilizzeranno le funzioni relative alle stringhe di caratteri; si può per esempio dare una stringa B\$ tale che:

B\$ = "0123456789ABCDEFGHIJKL"

A partire dall'A(L) precedente, è sufficiente estrarre il carattere in posizione A(L)+1 nella stringa (la cifra 0 corrisponde al primo carattere di B\$).

Utilizzando, in funzione del sistema disponibile, SUBSTR o MID\$, si scriverà:

00200 PRINT SUBSTR (B\$ , A (L) + 1 , 1);

per stampare il carattere appropriato.

Questo porta al programma della Fig. 2.34.

```
10 REM PROGRAMMA DI CONVERSIONE
50 DIM A(15)
90 B$ = "0123456789ABCDEFGHIJKLMN"
100 PRINT "LA NUOVA BASE ";
110 INPUT B
120 PRINT "PRIMO E ULTIMO NUMERO DA CONVERTIRE ";
130 INPUT F,L
140 FOR I = F TO L
150 PRINT
160 GOSUB 1500
170 REM STAMPA LA TABELLA
180 PRINT I; TAB( 6);
190 FOR D = J TO 1 STEP - 1
200 PRINT MID$(B$,A(D) + 1,1);
210 NEXT D
220 NEXT I
230 STOP
1480 REM SUBROUTINE DI CONVERSIONE
1500 I1 = I
1510 J = 1
1520 Q = INT (I1 / B)
1530 R = I1 - Q * B
1535 I1 = Q
1540 A(J) = R
1545 J = J + 1
1550 IF Q > = B THEN 1520
1560 A(J) = Q
1570 RETURN
1580 END
J
```

Figura 2.34

LA NUOVA BASE ?2		LA NUOVA BASE ?8
PRIMO E ULTIMO NUMERO		PRIMO E ULTIMO NUMERO DA CONVERTIRE ?75,90
DA CONVERTIRE ?260,280		
260	100000100	75 113
261	100000101	76 114
262	100000110	77 115
263	100000111	78 116
264	100001000	79 117
265	100001001	80 120
266	100001010	81 121
267	100001011	82 122
268	100001100	83 123
269	100001101	84 124
270	100001110	85 125
271	100001111	86 126
272	100010000	87 127
273	100010001	88 130
274	100010010	89 131
275	100010011	90 132
276	100010100	
277	100010101	
278	100010110	
279	100010111	
280	100011000	

LA NUOVA BASE ?16	
PRIMO E ULTIMO NUMERO DA CONVERTIRE ?1023,1035	
1023	3FF
1024	400
1025	401
1026	402
1027	403
1028	404
1029	405
1030	406
1031	407
1032	408
1033	409
1034	40A
1035	40B
BREAK IN 230	
J	

Figura 2.35

### *Casi particolari:*

Alcuni calcolatori non dispongono delle funzioni SUBSTR o MID\$ ma esiste comunque un'altra possibilità: dopo aver lanciato il programma dichiarare la lunghezza massima della variabile stringa di caratteri B\$ si può estrarre una sottostringa scrivendo l'espressione:

**B\$ (I,J)**

nella quale I rappresenta la posizione del primo carattere della sottostringa e J la posizione dell'ultimo. E' il caso, per esempio, del calcolatore LOGABAX LX 500. Si scriverà dunque in questo caso:

**A1 = A ( L ) + 1**  
**PRINT B\$ (A1, A1)**

per stampare solo un carattere, da cui il programma di Fig. 2.36.



```

10 REM CONVERSIONE DI BASE
20 REM AUTORE J.P. LOMOTIER
30 DIM A(15),B$(30)
40 B$ = "0123456789ABCDEFGHIJKLMNPOQR"
100 INPUT "IMPOSTARE LA NUOVA BASE ",B
110 PRINT
120 INPUT "IMPOSTARE L'INIZIO E LA FINE DELLA TABELLA ",D,F
125 PRINT
130 PRINT "BASE 10", TAB( 10),"BASE ",B
140 FOR I = D TO F
150 PRINT
160 GOSUB 1500
170 REM STAMPA
180 PRINT I, TAB( 11),
190 FOR L = J TO 1 STEP - 1
195 A1 = A(L) + 1
200 PRINT B$(A1,A1),
210 NEXT L
220 NEXT I
230 STOP
1500 I1 = I
1510 J = 1
1520 Q = INT (I1 / B)
1530 R = I1 - Q * B
1535 I1 = Q
1540 A(J) = R
1545 J = J + 1
1550 IF Q < = B THEN 1520
1560 A(J) = Q
1570 RETURN
1580 END

```

IMPOSTARE LA NUOVA BASE 16  
IMPOSTARE L'INIZIO E LA FINE  
DELLA TABELLA 12,20

BASE 10	BASE 16
12	0C
13	0D
14	0E
15	0F
16	10
17	11
18	12
19	13
20	14

Figura 2.36

## 2.7 CONCLUSIONE

Questi esercizi di differenti difficoltà mostrano l'utilità della costruzione di un flow-chart per gradi, partendo dalla struttura generale del programma per poi procedere dettagliatamente fino a sentirsi pronti per la scrittura dello stesso.

Per risolvere un problema, la soluzione in generale non è una sola sia sul piano del metodo che su quello della programmazione. I programmi presentati in questo libro non sono tra i migliori dal punto di vista dell'efficienza, ma sono in generale i più facili da comprendere e molto prossimi al flow-chart. Man mano che si acquisisce esperienza, si può ridurre il tempo destinato alla costruzione del flow-chart, contentandosi di un flow-chart di principio dal quale ricavare la scrittura del programma.



## SEMPLICI ESERCIZI DI GEOMETRIA

### 3.0 INTRODUZIONE

La geometria classica non si presta ad applicazioni numeriche, al contrario della “geometria analitica” elementare. Gli esercizi presentati in questo libro sono di facile comprensione e mostrano le capacità del microcalcolatore. Sono stati scelti per il loro interesse pratico e per la loro semplicità: il flow-chart si costruisce facilmente e la programmazione è ugualmente facile. I calcoli, necessitando di una certa precisione, risultano complessi se eseguiti a mano mentre sono eseguiti molto rapidamente con l’ausilio del calcolatore.

Partendo da questi esempi il lettore accorto ne potrà realizzare altri più complessi o più adatti alle proprie esigenze.

### 3.1 PERIMETRO E AREA DI UN TRIANGOLO

Per calcolare la superficie di un triangolo qualunque, si può misurare la lunghezza di ogni lato e ottenere così l’area del triangolo applicando la formula di Erone.

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

con

$$s = \frac{a+b+c}{2} \text{ essendo } a, b \text{ e } c \text{ le lunghezze dei lati}$$

*Problema:* Scrivere un programma che a partire da  $a$ ,  $b$ ,  $c$  calcoli il perimetro e l’area del triangolo.

*Soluzione:* Partendo da  $a$ ,  $b$ ,  $c$  il calcolo non presenta difficoltà particolari: si calcola  $P = a + b + c$  che viene stampato, in seguito si applica la formula di Erone avendo

precedentemente calcolato il semiperimetro. Nel programma di Fig. 3.1 P rappresenta prima il perimetro poi il semiperimetro.

```
10 PRINT "IMPOSTARE LE TRE LUNGHEZZE DEI LATI DEL TRIANGOLO";
20 INPUT A,B,C
30 P=A+B+C
40 PRINT "PERIMETRO =" ;P
45 PRINT
50 P=.5*P
60 S=SQR(P*(P-A)*(P-B)*(P-C))
70 PRINT "SUPERFICIE =" ;S
80 END
```

Figura 3.1

### *Commenti:*

Linea 10. Il punto e virgola, come la virgola posta alla fine di una linea, impedisce il passaggio alla linea successiva; questo permette dunque l'impostazione di dati sulla stessa linea.

Linea 40. PRINT "PERIMETRO" =;P. Il punto e virgola fa sì che la stampa del valore numerico della variabile P sia posta vicino al segno =.

Linea 45. La sola istruzione PRINT provoca un salto di linea. Il suo utilizzo permette dunque la "buona" presentazione dei risultati.

Linea 50. Quando il valore del perimetro è stampato, non è più necessario questo valore, si può dunque utilizzare la stessa variabile per "inserire" il valore del semiperimetro, valore che sarà necessario in seguito.

### *Critica del programma:*

Se vengono introdotte lunghezze di lati corrispondenti a un triangolo impossibile, per esempio 10, 20, 40, il calcolatore non avrà alcuna possibilità di rilevare questo errore e di segnalarlo. La macchina tenterà di estrarre la radice quadrata di un numero negativo, tutto ciò porta, generalmente, a spiacevoli conseguenze.

```
10 PRINT "IMPOSTARE LE TRE LUNGHEZZE DEI LATI DEL TRIANGOLO";
20 INPUT A,B,C
30 P=A+B+C
40 PRINT "PERIMETRO =" ;P
```

```

45 PRINT
50 P=,S*P
54 P1=(P-A)*(P-B)*(P-C)
56 IF P1>=0 THEN 60
57 PRINT "IMPOSSIBILE"
58 STOP
60 S=SQR(P*(P-A)*(P-B)*(P-C))
70 PRINT "SUPERFICIE =" ;S
80 END

```

Figura 3.2

Per rimediare al problema sarà necessario aggiungere un controllo di validità dei dati: la lunghezza del lato maggiore non deve superare la somma delle lunghezze degli altri due. Si può dunque aggiungere un test per verificare questa condizione oppure provare che

$$(s - a)(s - b)(s - c) \quad \text{è positivo}$$

Questa prova porta al programma di Fig. 3.2

### 3.2 DETERMINAZIONE DI UN CERCHIO PASSANTE PER TRE PUNTI

Partendo dalle coordinate cartesiane di tre punti  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$  determinare il cerchio che passa per questi tre punti, cioè trovare le coordinate del centro e la lunghezza del raggio.

*Analisi matematica:*

Siano  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$  le rispettive coordinate di  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ . La pendenza dell'angolo della linea che congiunge  $M_1$  a  $M_2$  è data dalla:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

quindi la pendenza di una perpendicolare è data da  $-\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$

l'equazione della mediana del segmento  $M_1 M_2$  è

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} - \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \left( x - \frac{x_1 + x_2}{2} \right)$$

dalla stessa equazione della mediana del segmento  $M_1 M_3$  è

$$y = \frac{y_1 + y_3}{2} - \frac{x_3 - x_1}{y_3 - y_1} \left( x - \frac{x_1 + x_3}{2} \right)$$

Queste due equazioni si possono scrivere sotto la forma:

$$\begin{aligned} y &= K_2 x + H_2 \\ y &= K_3 x + H_3 \end{aligned}$$

$$\text{Con } K_2 = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \quad k_3 = - \frac{x_3 - x_1}{y_3 - y_1}$$

$$H_2 = \frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{x_2^2 - x_1^2}{2(y_2 - y_1)} \quad H_3 = \frac{y_1 + y_3}{2} + \frac{x_3^2 - x_1^2}{2(y_3 - y_1)}$$

Risolvendo il sistema lineare si ottengono le coordinate  $(X_0, Y_0)$  del centro I:

$$X_0 = \frac{H_3 - H_2}{K_2 - K_3}$$

$$Y_0 = \frac{K_3 H_2 - K_2 H_3}{K_3 - K_2}$$

Partendo dalle coordinate  $(X_0, Y_0)$  del centro I si ottiene la lunghezza R del raggio:

$$R = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$$

*Flow chart:*

La costruzione è realizzata senza difficoltà poichè è sufficiente seguire l'andamento del calcolo.

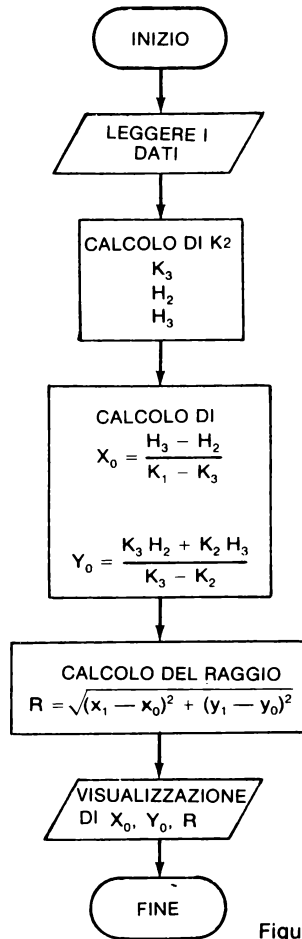


Figura 3.3

```

100 PRINT "DETERMINAZIONE DI UN CERCHIO PASSANTE PER TRE PUNTI"
110 PRINT
120 REM LE COORDINATE DEI TRE PUNTI DEVONO ESSERE PIAZZATE IN
121 REM UNA ISTRUZIONE 'DATA' PRIMA DELL'ESECUZIONE.
122 REM
130 READ X1,Y1,X2,Y2,X3,Y3
140 K2=-(X2-X1)/(Y2-Y1)
150 K3=-(X3-X1)/(Y3-Y1)
155 D=K3-K2
160 IF D=0 THEN 230
170 H2=0,5*(Y1+Y2+(X2*X2-X1*X1)/(Y2-Y1))
180 H3=0,5*(Y1+Y3+(X3*X3-X1*X1)/(Y3-Y1))
190 X0=(H2-H3)/D
200 Y0=(K3*H2-K2*H3)/D
  
```

```

210 R=SQR((X1-X0)**2+(Y1-Y0)**2)
220 PRINT "X0= ";X0;" Y0= ";Y0;" R= ";R
225 STOP
230 PRINT "PUNTI ALLINEATI NESSUNA SOLUZIONE
240 DATA 2,-1,0,1,2,3
250 END

```

Figura 3.4

**Esempio di esecuzione:**

```

DETERMINAZIONE DI UN CERCHIO PASSANTE PER TRE PUNTI

X0= 2   Y0= 1   R= 2

```

Figura 3.5

### 3.3 PERIMETRO DI UN POLIGONO

Spesso i campi assumono forme geometriche corrispondenti a poligoni qualsiasi (per esempio quadrilateri). Si desidera conoscere la lunghezza del perimetro al fine di calcolare il prezzo di un ipotetico appezzamento.

*Problema:* Si sono potute rilevare le coordinate cartesiane di ciascun vertice del campo o di una figura simile avente forma poligonale. Costruire un programma che calcola la lunghezza dell'appezzamento.

*Soluzione:* Il lavoro consiste nel calcolare la lunghezza di ogni lato e nel fare la loro somma. Siano  $X(I)$ ,  $Y(I)$  le coordinate del vertice  $I$ . Il lato con l'estremo  $I$  e  $I + 1$  avrà come lunghezza:

$$\sqrt{(Y(I+1) - Y(I))^2 + (X(I+1) - X(I))^2}.$$

E' sufficiente leggere prima il numero dei vertici (che è uguale al numero dei lati) poi leggere l'insieme  $X(I)$ ,  $Y(I)$  e procedere con il calcolo.

Non bisognerà, nel frattempo dimenticare, che l'ultimo lato ha per estremità i vertici  $N$  e  $1$ . Da ciò il flow-chart di Fig. 3.6.



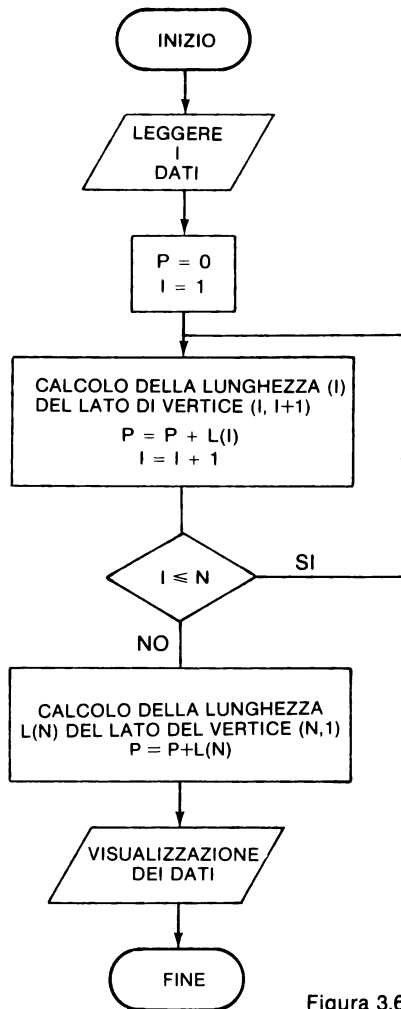


Figura 3.6

Il programma di Fig. 3.7 si divide in più parti.

- un programma principale che non riempie alcuna delle funzioni figuranti nel flow-chart,
- tre sottoprogrammi che effettuano rispettivamente le seguenti funzioni:
  - lettura dei dati,
  - calcolo della lunghezza dei lati del perimetro,
  - stampa dei dati e dei risultati.

Questo procedimento di esecuzione non è giustificato data la semplicità del problema, ma è un valido esempio di come procedere per la soluzione di problemi più complessi.

```

100 REM  CALCOLO DEL PERIMETRO DI UN POLIGONO
110 REM
120 DIM X(100),Y(100),L(100)
130 PRINT "PERIMETRO DI UN POLIGONO"
140 PRINT
150 GOSUB 400
160 GOSUB 500
170 GOSUB 600
180 DATA 5
190 DATA 1,3,4,6,8,6,11,5,11,0
200 STOP
390 REM  LETTURA DEI DATI
400 READ N
410 FOR I = 1 TO N
420 READ X(I),Y(I)
430 NEXT I
440 RETURN
490 REM  CALCOLO DELLA LUNGHEZZA DEL PERIMETRO
500 P = 0
510 FOR I = 1 TO N
520 L(I) = SQR ((X(I) - X(I + 1)) ^ 2 + (Y(I + 1) - Y(I)) ^ 2)
530 P = P + L(I)
540 NEXT I
550 L(N) = SQR ((X(N) - X(1)) ^ 2 + (Y(N) - Y(1)) ^ 2)
560 P = P + L(N)
570 RETURN
590 REM  STAMPA DEI RISULTATI
600 PRINT "NUMERO"; TAB( 10);"X"; TAB( 22);"Y"; TAB( 30);"LUNGHEZZA"
610 PRINT
620 FOR I = 1 TO N
630 PRINT I; TAB( 10);X(I); TAB( 22);Y(I); TAB( 30);L(I)
640 NEXT I
650 PRINT
660 PRINT
670 PRINT TAB( 22);"PERIMETRO = "; TAB( 30);P
680 RETURN
690 END

```

Figura 3.7

PERIMETRO DI UN POLIGONO			
NUMERO	X	Y	LUNGHEZZA
1	1	3	4.24264069
2	4	6	4
3	8	6	3.16227766
4	11	5	5
5	11	0	10.4403065
PERIMETRO =			37.8452249

BREAK IN 200  
J

Figura 3.8

### 3.4 TRACCIAMENTO DI UNA CURVA

L'utilizzo di una stampante o di una macchina da scrivere come strumento per tracciare curve può, a volte, essere utile; in particolare quando non si ha la possibilità di avere un plotter, il problema è quindi trovare e mettere a punto un metodo che permetta di tracciare delle curve in condizioni accettabili.

**Problema:** Costruire un programma di tracciamento di curve secondo le seguenti istruzioni:

1. Determinare il principio più semplice di lavoro per tracciare una curva  $y=f(x)$  per  $x$  che varia fra due valori dati A e B.

— Come operare per ridurre l'effetto degli errori di arrotondamento ?

2. Costruire il flow-chart di un sottoprogramma che effettua il tracciamento; e scrivere poi il sottoprogramma stesso:

3. Scrivere in seguito il programma principale che chiama il sottoprogramma e provare a tracciare differenti funzioni come:

—  $e^{-1/2x} \cos 2x$  per  $x$  che varia da 0 a 10

—  $e^{-x}\sqrt{x}$  per  $x$  che varia da -2 a + 2.

**Soluzione:** Tenendo conto del fatto che con una macchina da scrivere è impossibile (salvo casi particolari) effettuare il ritorno della carta, e che è comodo far variare  $x$  incrementandolo, il metodo più semplice è quindi quello di scegliere l'asse  $y$  orizzontale orientato verso destra e l'asse  $x$  verticale orientato verso il basso.

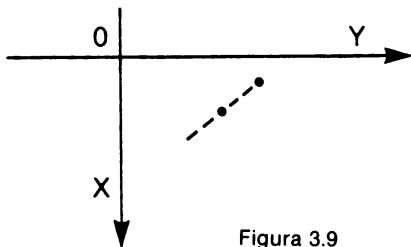


Figura 3.9

Si pongono ora i seguenti problemi:

- posizione degli assi,
- come determinare per il valore dato di  $y$ , il numero di spazi da effettuare prima di stampare un punto?

Queste due domande pongono il problema dell'arrotondamento. In effetti, una macchina da scrivere classica può effettuare solo un numero intero di spazi. Per un avanzamento teorico di  $y = 8,60$  spazi, l'avanzamento reale sarebbe di 9 spazi. Per contro se  $y$  ha un valore di 8,40 gli spazi effettuati sarebbero, preferibilmente, 8.

Poichè la funzione TAB normalmente opera per spazi interi, sarà necessario calcolare:

$$Z = \text{INT}(y + 0,5) \text{ per ottenere l'arrotondamento}$$

Prima di disegnare il flow-chart, bisogna risolvere il problema della posizione degli assi e del coefficiente di scala: come passare da  $y$  teorico a  $y$  reale sul terminale?

Se la scala di variazione di  $y$  è:  $D = Y_{\max} - Y_{\min}$ ,

con  $L$  che rappresenta il numero massimo di caratteri per linea, si avrà un coefficiente di scala  $K$  dato da:  $K = \text{intero}((L - 1)/D)$ .

Il programma principale potrà quindi comunicare al sottoprogramma:

- $Y_{\max}$ ,  $Y_{\min}$ ,  $L$ ,
- i valori di  $A$  e  $B$ , limiti di variazione di  $x$
- l'incremento di  $H$  per  $x$

Si suppone che  $Y_{\min}$  sia negativo così che l'asse  $x$  possa essere stampato nella colonna dalla quale ha origine. I punti della curva saranno rappresentati da punti ortografici.

```
100 REM PROGRAMMA PER IL TRACCIAMENTO DELLE CURVE
110 REM LA FUNZIONE FNA RAPPRESENTA LA CURVA DA TRACCIARE
120 DEF FN A(X) = EXP ( - X * X * 0.5)
130 A = - 3
135 L = 40
140 B = 3
150 Y1 = 0
160 Y2 = 1
165 H = 0.2
170 GOSUB 500
180 STOP
500 D = Y2 - Y1
510 K = INT ((L - 1) / D)
520 Z = INT (K * ABS (Y1) + 0.5)
530 FOR X = A TO B STEP H
540 Z1 = FN A(X) - Y1
550 Z1 = INT (K * Z1 + 0.5)
560 IF Z1 = Z THEN PRINT TAB( Z);","
570 IF Z1 < Z THEN PRINT TAB( Z1);","; TAB( Z);"I"
580 IF Z1 > Z THEN PRINT TAB( Z);"I"; TAB( Z1);","
590 NEXT X
600 RETURN
```

Figura 3.10

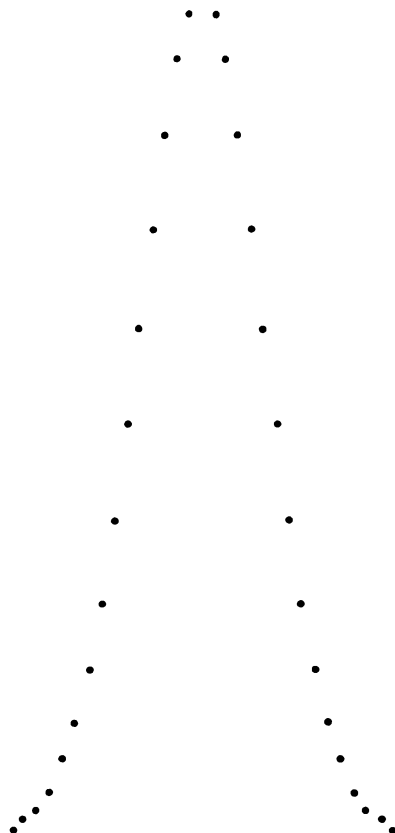


Figura 3.11

### 3.5 CONCLUSIONI

Questi esercizi danno l'impressione che la programmazione di formule matematiche non presenti difficoltà. In realtà è solo sufficiente scrivere le istruzioni opportune, il flow-chart rimane semplice (flow-chart lineare). L'esercizio di tracciamento di curve suppone già un flow-chart più complesso e una riflessione per la parte "presentazione".

Le suddette impressioni saranno confermate soprattutto quando incontreremo programmi che esigono manipolazioni complesse o che comportano numerosi test.

Questo per esempio è il caso dell'esercizio "regine su una scacchiera" descritto nel Capitolo 10.



## CAPITOLO 4

# ESERCIZI ORIENTATI ALLA GESTIONE

### 4.0 INTRODUZIONE

In questo capitolo ci si occuperà di esercizi semplici che presentano un interesse sul piano pratico e sul piano didattico. In effetti per le applicazioni gestionali, si ha frequentemente bisogno di effettuare delle ricerche, fusioni di tabelle o generazione di archivi.

Gli esercizi proposti possono essere ripresi e incorporati in programmi di maggiore complessità al fine di realizzare delle applicazioni complete. Per esempio la sequenza di ricerca data al paragrafo 4.1 può essere utilizzata per generalizzare il programma di funzione in 4.2 e in un certo modo può servire a generalizzare il programma della rubrica telefonica dato in 4.3.

### 4.1 RICERCA SECONDO IL METODO DI SHELL

Esistono numerosi metodi di ricerca di dati nella memoria del calcolatore. Il metodo più semplice è certamente quello della “bolla“ (in Inglese “bubble sort“) che si trova in numerosi manuali. Qui viene proposto il metodo di Shell che, senza essere troppo complesso, fornisce le migliori prestazioni per quanto riguarda la velocità di esecuzione riducendo il numero dei confronti necessari.

Si considera una tabella di N numeri da ricercare. Il metodo di Shell consiste nell'effettuare quanto segue:

1. Determinate K in modo che:

$$2^k < n < 2^{k+1}$$

- inizializzare D con il valore  $2^k - 1$

2. Effettuare una prima tappa di ricerca facendo variare l'indice I da 1 a  $N-D$

2.1 Provare se  $A(I) \leq A(I+D)$

se si passare alla tappa successiva (in 3),

se no scambiare  $A(I)$  e  $A(I+D)$

Porre  $k=I$  e passare alla 2.1

2.2 Provare se  $A(K-D) \leq A(K)$

se si passare alla tappa successiva (in 3)

se no scambiare, poi porre  $K = K-D$

e passare di nuovo in 2.

3. Continuare i test incrementando I. Quando I ha assunto il valore N e quindi  $D > 0$ , ritornare in 2 avendo calcolato a priori  $D = \text{INT}$

$$\left( \frac{D-1}{2} \right)$$

Quando D ha assunto il valore 0, la ricerca è terminata.

*Problema:*

- disegnare il flow-chart di una subroutine di ricerca,
- scrivere un programma che legga una tabella non ordinata e che chiami una subroutine di ricerca.

*Soluzione:* Il programma può essere scritto facilmente utilizzando la precedente descrizione della tecnica di Shell.

Scambiare Y e Z significa attribuire a Y il valore di Z e a Z il valore di Y. Si scriverà dunque:

500 Y = Z

510 Z = Y

In questo caso il valore di Y, essendo stato modificato dalla prima istruzione, non darà i risultati sperati nella seconda. Bisognerà inserire prima il contenuto di Y in una variabile ausiliaria X, si scriverà quindi:

490 X = Y

500 Y = Z

510 Z = X

Questo tipo di scambio si trova nel programma (linee 590-610) e figura anche nel secondo programma della rubrica telefonica (4.5.2).



```

100 DIM A(12)
110 N = 12
120 PRINT "TABELLA INIZIALE"
130 PRINT
140 FOR I = 1 TO N
150 READ A(I)
160 PRINT A(I) " ";
170 NEXT I
180 GOSUB 500
190 PRINT
195 PRINT
200 PRINT "TABELLA ORDINATA"
210 PRINT
220 FOR I = 1 TO N
230 PRINT A(I) " ";
240 NEXT I
250 STOP
500 G = 1
510 D = 2 * G
520 IF D <= N THEN 510
530 D = INT ((D - 1) / 2)
540 IF D = 0 THEN 700
550 FOR I = 1 TO N - D
560 J = I
570 L = J + D
580 IF A(J) <= A(L) THEN 640
590 X = A(J)
600 A(J) = A(L)
610 A(L) = X
620 J = J + D
630 IF J > 0 THEN 570
640 NEXT I
650 GOTO 530
700 RETURN
800 DATA 3,-1,4,10,8,9,5,-10,-5,25,22,7
900 END

```

Figura 4.2

Esempio di esecuzione:

```

TABELLA INIZIALE
3 -1 4 10 8 9 5 -10 -5 25 22 7

TABELLA ORDINATA
-10 -5 -1 3 4 5 7 8 9 10 22 25

```

Figura 4.3

## 4.2 FUSIONE DI DUE TABELLE

Si richiede la fusione di due tabelle A e B contenenti numeri in ordine crescente, in una terza tabella C anch'essa ordinata secondo lo stesso criterio.

Esempio:	A	3	4	6	18		
	B	-1	0	5			
Per ottenere:	C	-1	0	3	4	5	6 18

*Metodo da utilizzare:* Utilizzare tre indici I, J, K per ciascuna tabella, questi indici saranno inizialmente “settati” a 1.

Se  $a_i \leq b_j$  inserire  $a_i$  in  $C_k$ ,  
incrementare  $i$  e  $k$ .

Se  $a_i > b_j$  inserire  $b_j$  in  $C_k$ ,  
incrementare  $j$  e  $k$ ,

quando una delle tabelle A e B è stata completamente trasferita in C, bisogna trasferire il resto dell'altra tabella in C.

*Problema:* Disegnare il flow-chart,  
scrivere una subroutine in BASIC.

*Domande:* a) Come fare se le tabelle A e B non sono ordinate?  
b) Come si può adattare il programma alla fusione di due files sequenziali ordinati?

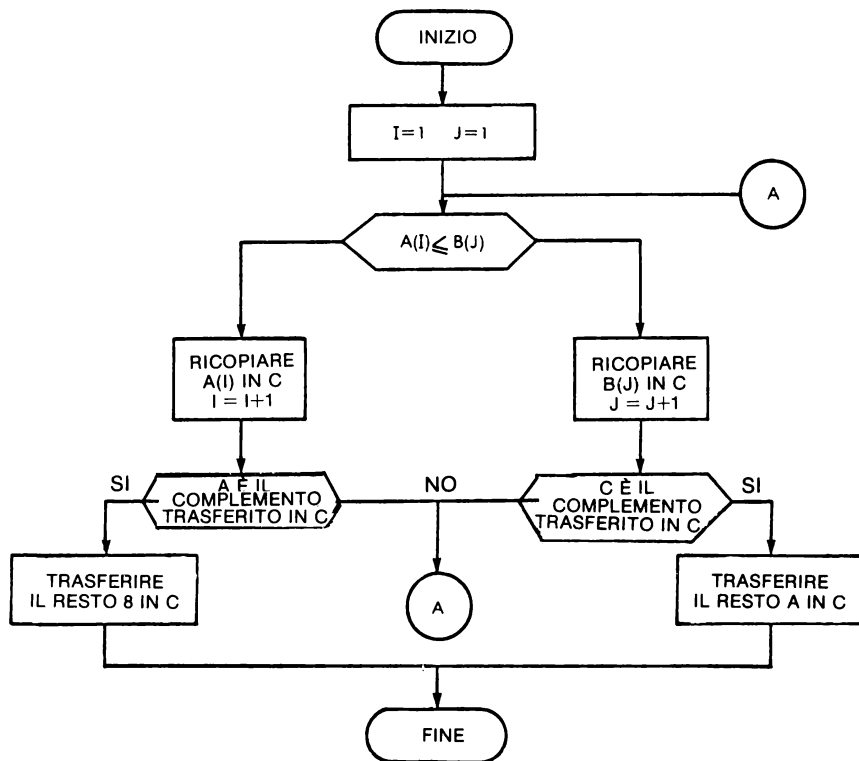


Figura 4.4

**Soluzione:** Il metodo proposto porta al flow-chart 4.4 che necessita di qualche spiegazione prima di poter cominciare la scrittura del programma. Il passaggio al flow-chart di Fig.4.5 è molto semplice a condizione che non si dimentichi di utilizzare tre indici.

I indice per A,  
J indice per B,  
K indice per C.

Nel programmare per evitare un GO TO, è preferibile inizialmente porre K a 0 e l'istruzione  $K = K + 1$  situata nel mezzo del flow-chart all'inizio dell'algoritmo.

Così anche i due piccoli loop possono essere scritti per mezzo delle istruzioni FOR ... NEXT a condizione di utilizzare una variabile ausiliaria.

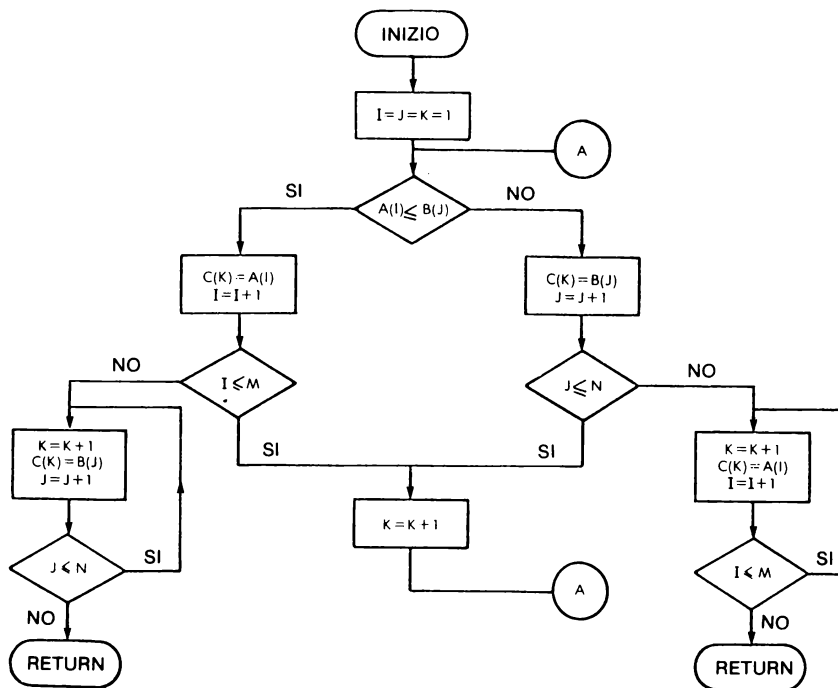


Figura 4.5

```

100 DIM A(100),B(100),C(100)
110 REM LETTURA TABELLA A
120 READ M
130 PRINT "TABELLA A: "
140 FOR I = 1 TO M
150 READ A(I): PRINT A(I);: NEXT I
160 PRINT
170 PRINT
180 REM LETTURA TABELLA B
190 PRINT "TABELLA B: "
200 READ N
210 FOR I = 1 TO N
220 READ B(I): PRINT B(I);: NEXT I
230 PRINT
240 PRINT
250 GOSUB 300
260 PRINT "TABELLA C: "
270 FOR I = 1 TO M + N
280 PRINT C(I);: NEXT I
290 STOP
295 REM SUBROUTINE PER LA FUSIONE DI Z E B
300 I = 1:J = 1:K = 1
310 IF A(I) >= B(J) THEN 350
320 C(K) = A(I):I = I + 1
330 IF I > M THEN 390
340 K = K + 1: GOTO 310
350 C(K) = B(J):J = J + 1
360 IF J <= N THEN 340
365 REM COPIA IL RESTO DI A IN C
370 K = K + 1:C(K) = A(I):I = I + 1
380 IF I <= M THEN 370ELSE RETURN
385 REM COPIA IL RESTO DI B IN C
390 K = K + 1:C(K) = B(J):J = J + 1
400 IF J <= N THEN 390ELSE RETURN
410 DATA 5
420 DATA 4,7,9,12,45
430 DATA 4
440 DATA -1,5,6,60
450 END
J

```

Figura 4.6

Esempio di esecuzione:

```

TABELLA A:
4 7 9 12 45
TABELLA B:
-1 5 6 60
TABELLA C:
-1 4 5 6 7 9 12 45 60
BREAK IN 290

```

Figura 4.7

## ESTENSIONI DI QUESTO PROGRAMMA

*Prima estensione:* Come adattarlo a due tabelle A e B non ordinate. La prima idea che consiste nel fare una tabella unica non ordinata e di effettuare in seguito un ordinamento. Questo metodo conduce a un ordinamento più lungo di quello del secondo metodo che consiste nell'ordinare prima A e B ed effettuare poi la fusione (1).

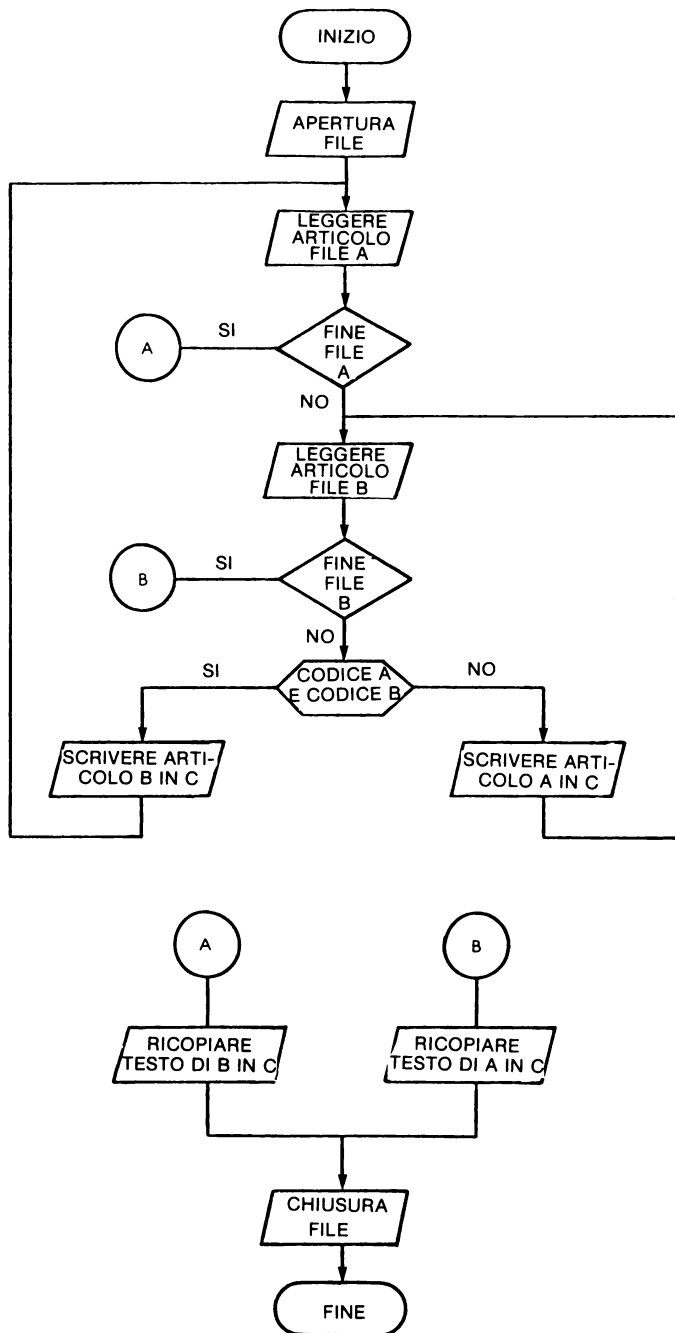


Figura 4.8

Per realizzare questi ordinamenti preliminari, si potrà utilizzare la sequenza precedente (linee dalla 500 alla 700 che bisognerà ripetere una volta per la tabella A e una volta per la tabella B) poichè la maggior parte degli interpreti e dei compilatori BASIC non accettano i sottoprogrammi con trasmissione di parametri (2).

*Seconda estensione:* Fusione di due files sequenziali.

Il flow-chart di Fig.4.4 costituisce un eccellente punto di partenza. Bisognerà includere le istruzioni di lettura e scrittura, pensare che raramente si conosce a priori il numero “degli articoli” dei files, dunque si prevederanno test periodici per la conclusione dei files.

Questa estensione conduce al flow-chart di Fig.4.8. La programmazione dipende dal sistema utilizzato. In effetti le istruzioni per i files non sono normalizzate in BASIC.

### 4.3 GIORNO DELLA SETTIMANA

Partendo dalla data: GIORNO, MESE, ANNO, indicare di quale giorno della settimana si tratta. Questo problema è stato risolto con numerosi metodi, noi ve ne proponiamo uno:

- Calcolare il valore del termine di correzione N, normalmente  $N = 0$  ma se il mese è Gennaio o Febbraio N avrà per valore:
  - 2 se l'anno non è bisestile
  - 1 se l'anno è bisestile
- Calcolare in seguito il “codice giorno” con:

$$C = \text{intero} (365,25 \times A2) + \text{intero} (30,56 \times M) + J + N,$$

A1 rappresenta le due prime cifre dell'anno e,  
 A2 le ultime due cifre,  
 per esempio 1979 dà  $A1=19$  e  $A2=79$

- Calcolare poi il numero S del giorno della settimana con

$$S = C + 3 - 7 \times \text{intero} \left( \frac{C + 2}{7} \right)$$

corrisponde a Lunedì,

$S = 2$  corrisponde a Martedì,

etc.

$S = 7$  corrisponde a Domenica.

---

(1) Per maggiori dettagli consultare pubblicazioni specializzate in algoritmi di ordinamento.

(2) Questo costituisce un notevole vantaggio del FORTRAN sul BASIC.

Un anno è bisestile se:

$A2 \neq 0$  e  $A2$  divisibile per 4, oppure  $A2 = 0$  e  $A1$  divisibile per 4.

*Esempio:* 1900 non è bisestile poichè 19 non è divisibile per 4.  
1984 è bisestile poichè 84 è divisibile per 4.

**4.3.1 Problema:** Scrivere un programma che a partire dalla data G, M, A stampi il giorno della settimana corrispondente.

**4.3.2 Soluzione:** Per poter utilizzare il programma in modo semplice, si costruirà un programma che domandi una nuova data fino a che il giorno introdotto sia negativo o nullo (0). Procedendo dal metodo proposto, la costruzione del flow-chart non presenterà difficoltà.

E' necessario conoscere:

- come calcolare  $A1$  e  $A2$ ,
- se l'anno è bisestile.

Si noti che  $A1$  è uguale al quoziente della “divisione intera di  $A : 100$ ” quindi:

$$A1 = \text{INT} (A/100)$$

$A2$  rappresenta il resto della divisione intera precedente, quindi:

$$A2 = A - 100 \times A1$$

Per sapere se  $A2$  è divisibile per 4, è sufficiente calcolare il resto  $R$  per:

$$R = A2 - 4 \times \text{INT} (A2 / 4)$$

Questo tipo di istruzione appare sovente negli esercizi del Capitolo 2. Si può ora scrivere una parte importante del programma fino al calcolo di  $S$  incluso. Bisogna studiare come si realizzerà la visualizzazione dei dati, vengono presentati differenti casi:

*Primo caso:* Il sistema accetta delle tabelle di stringhe di caratteri. In questo caso è sufficiente utilizzare le seguenti istruzioni:

```
DIM G$ (7)
G$ (1) = "LUNEDI"
G$ = "DOMENICA"
```

e stampare il giorno con:

```
PRINT G$ (S)
```

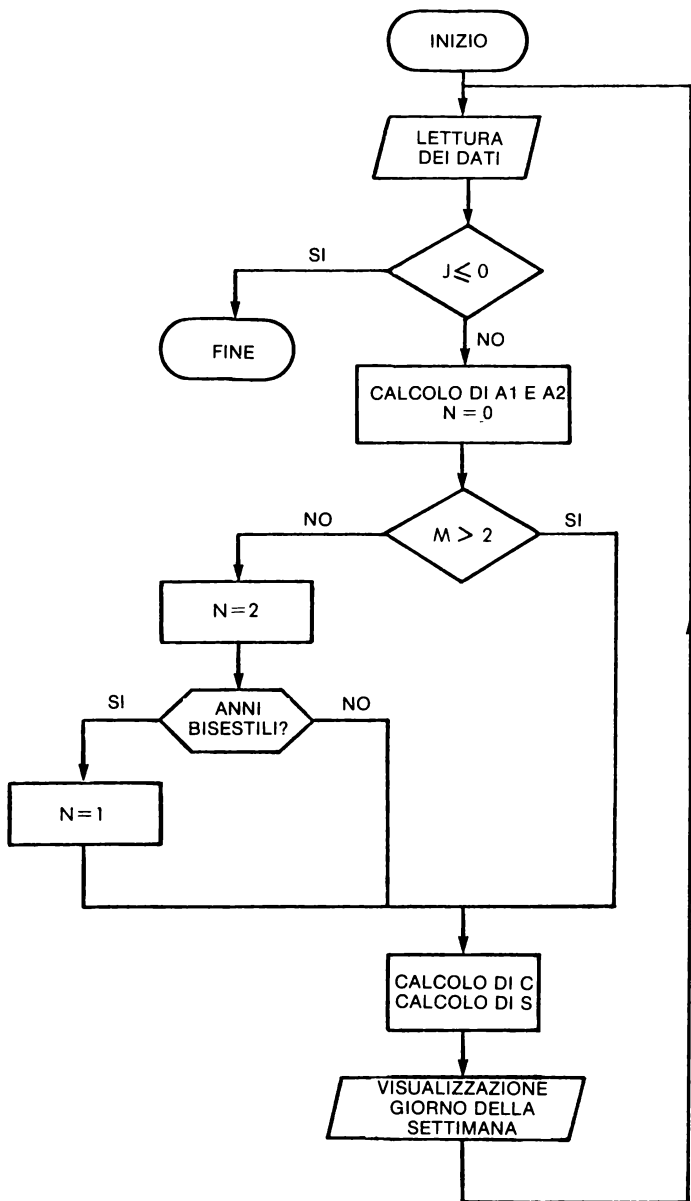


Figura 4.9



*Secondo caso:* Il sistema non accetta delle tabelle di stringhe. Si potrà allora impostare una stringa di caratteri abbastanza lunga per contenere tutti i giorni della settimana.

Il giorno più lungo è MERCOLEDI' con 9 caratteri. Una stringa di  $9 \times 7 = 63$  caratteri potrà dunque essere inizializzata convenientemente e sarà sufficiente per stampare la sottostringa per mezzo di un'istruzione del tipo:

```
PRINT SUBSTR (G$,8 * S — 8,9 )
```

oppure

```
PRINT MID $ (G$,8 * S — 8,9 )
```

```
90 DIM G$(56)
95 G$ = "LUNEDI MARTEDI MERCOLEDIGIOVEDI VENERDISABATO DOMENICA"
100 REM CALCOLO DEL GIORNO DELLA SETTIMANA
110 REM S RAPPRESENTA IL NUMERO DEL GIORNO (1 PER LUNEDI E 7 PER
115 REM DOMENICA)
120 INPUT "IMPOSTARE LA DATA ";G,M,A
130 A1 = INT (A / 100)
140 A2 = A - 100 * A1
150 N = 0
160 IF M > 2 THEN 300
165 N = 2
170 IF A2 = 0 THEN 220
180 R = A2 - 4 * INT (A2 / 4)
190 IF R < > 0 THEN 300
200 N = 1
210 GOTO 300
220 R = A1 - 4 * INT (A1 / 4)
230 IF R = 0 THEN N = 1
300 C = INT (365,25 * A2) + INT (30,56 * M) + N + G
310 S = 3 + C - 7 * INT ((C + 2) / 7)
320 PRINT MID$ (G$,9 * M - 8,9)
330 PRINT
340 GOTO 120
```

Figura 4.10

*Nota:* Nel corso dell'esercizio 4.4 vedremo l'utilizzazione di una funzione utente per ridurre il numero di istruzioni del programma.

Il MICROSOFT BASIC non utilizza la funzione SUBSTR ma la funzione MID\$.

```

IMPOSTARE LA DATA ?12,4,1979
GIOVEDI
IMPOSTARE LA DATA ?13,4,1979
VENERDI
IMPOSTARE LA DATA ?15,8,1979
MERCOLEDI
IMPOSTARE LA DATA ?
BREAK IN 200

```

Figura 4.11

### 4.3.3 Analisi di un programma

Il programma di Fig.4.12 permette ugualmente di ottenere il giorno della settimana utilizzando un altro metodo.

```

100 REM PROGRAMMA PER CALCOLARE IL GIORNO DELLA SETTIMANA
110 DIM G$(7)
120 G$(1) = "LUNEDI"
130 G$(2) = "MARTEDI"
140 G$(3) = "MERCOLEDI"
150 G$(4) = "GIOVEDI"
160 G$(5) = "VENERDI"
170 G$(6) = "SABATO"
180 G$(7) = "DOMENICA"
190 PRINT "IMPOSTARE LA DATA ";
200 INPUT G,M,A
210 GOSUB 500
220 PRINT G$(Z)
230 GOTO 190
500 IF A < = 1752 THEN 620
510 N = INT (0,6 + 1 / M)
520 L = A - N
530 P = M + 12 * N
540 D = L / 100
550 A1 = INT (D)
560 Z1 = INT (D / 4)
570 Z3 = INT (5 * L / 4)
580 Z4 = INT (13 * (P + 1) / 5)
590 Z = Z4 + Z3 - A1 + Z1 + G + 5
600 Z = Z - (7 * INT (Z / 7)) + 1
610 RETURN
620 PRINT "L'ANNO DEV'ESSERE POSTERIORE A 1752 "
630 STOP
640 END

```

Figura 4.12

```

IMPOSTARE LA DATA 5,2,1979
LUNEDI'
IMPOSTARE LA DATA 13,5,1979
DOMENICA
IMPOSTARE LA DATA 14,7,1979
SABATO
IMPOSTARE LA DATA

```

Figura 4.13

### *Domande:*

1. Cosa significa l'istruzione della linea 510 ?
2. Come viene interpretata l'istruzione di linea 530 ?
3. E' possibile, senza modificare il metodo e senza aumentare il numero delle operazioni, ridurre il numero delle istruzioni del programma ?

### *Soluzione:*

#### 1. Istruzione di linea 510

- se M vale 1 o 2, N assume il valore intero  $(0.6 + 1)$  o intero  $(0.6 + 1/2)$ , che in ogni caso dà 1,
- se M vale 3, 4, etc., N assume il valore 0.

Questo è dunque da riportare al programma precedente dove si teneva conto delle conseguenze provocate dall'anno bisestile.

#### 2. Istruzione della linea 530

- P corrisponde al numero del mese se questo è Marzo, Aprile, etc. fino a Dicembre. Per Gennaio e Febbraio P assumerà rispettivamente il valore 13 e 14.  
D-A1 nell'istruzione della linea 590 ha un valore V che è  $V=0$  se si trova in un anno secolare.

$0 < V < 1$  se si trova in un altro anno.

3. Poichè le variabili A1, Z1, Z3 e Z4 sono utilizzate solo nel calcolo di Z nella linea 590, si possono sopprimere le istruzioni 560, 570 e 580 e scrivere in 590:

$$590 \text{ Z} = \text{INT} (13 \cdot (P + 1) / 5) + \text{INT} (S \cdot L / 4) - \text{INT} (0) + \text{INT} (D / 4) + J + 5$$

## **4.4 DIFFERENZA TRA DUE DATE**

Per conoscere la differenza tra due date si può calcolare “il codice giorno” di ogni data e fare la differenza. Si ottiene così il numero dei giorni che le separano. Questa informazione è indispensabile quando si debba calcolare l'ammontare di interessi per un periodo qualunque.

*Problema:* Riferendosi al programma precedente costruire un nuovo programma che calcoli la differenza tra due date.

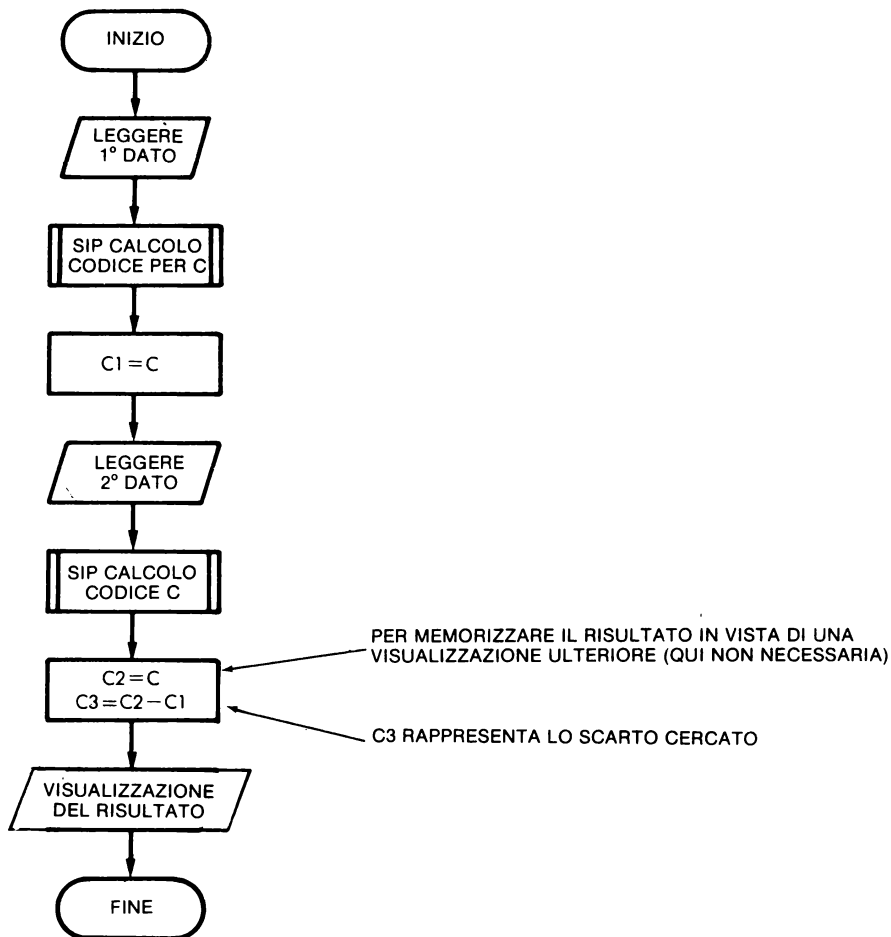


Figura 4.14

*Soluzione:* E' possibile verificare l'importanza del sottoprogramma, si dovrà in effetti calcolare per due volte successive il codice giorno e sarà preferibile costruire un sottoprogramma per questo calcolo. Si può dunque realizzare il flow-chart di Fig.4.14.

Riprendendo la parte del programma di Fig.4.10 che calcola il "codice giorno", si costruisce rapidamente il programma 4.15.

#### 4.5 RUBRICA TELEFONICA

Il BASIC presenta alcuni vantaggi in confronto ad altri linguaggi, come l'"anti-

```

100 REM CALCOLO DELLA DIFFERENZA TRA DUE DATE
105 REM AUTORE J.P. LAMOITIER
110 DEF FN R(A,D) = A - D * INT (A / D)
120 INPUT "IMPOSTARE LA PRIMA DATA ";G,M,A
130 GOSUB 500
140 C1 = C
150 INPUT "IMPOSTARE LA SECONDA DATA ";G,M,A
160 GOSUB 500
170 PRINT
180 PRINT "TRA LE DUE DATE VI SONO ";C - C1;" GIORNI"
200 STOP
500 A2 = FN R(A,100)
510 N = 0
520 IF M > 2 THEN GOTO 570
525 IF M < = 2 THEN N = 2
530 IF A2 = 0 THEN GOTO 550
535 IF A2 < > 0 THEN R = FN R(A2,4)
540 IF R < > 0 THEN GOTO 570
545 IF R = 0 THEN GOTO 560
550 IF FN R(A1,4) < > 0 THEN 570
560 N = 1
570 C = INT (365.25 * A2) + INT (30.56 * M) + N + G
580 RETURN
590 END

```

Figura 4.15

Esempio d'esecuzione:

```

IMPOSTARE LA PRIMA DATA 23,2,1979
IMPOSTARE LA SECONDA DATA 30,6,1980
TRA LE DUE DATE VI SONO 493 GIORNI

```

Figura 4.16

co“ FORTRAN, tra gli altri quello di trattare molto semplicemente le stringhe di caratteri. I due esercizi seguenti mostrano come si possono facilmente manipolare le stringhe di caratteri in relazione ad applicazioni pratiche.

**4.5.1 Esercizio 1:** Scrivere un programma che legga delle linee DATA contenenti cognome, nome, codice, numero telefonico e che stampi in modo preciso dette linee. Si daranno a queste stringhe di caratteri rispettivamente i nomi N\$, P\$, B\$ e T. Per questo esercizio si supporrà che la lista dei dati sia in ordine alfabetico.

**Soluzione:** Il flow-chart di principio è semplice poichè è sufficiente leggere e stampare senza effettuare elaborazioni. La sola difficoltà è conoscere quando la lista dei dati è terminata. Due metodi possono essere convenientemente utilizzati:

- utilizzare un'ultima registrazione particolare che “precede” la fine della lista,
- utilizzare l'istruzione IF...END propria di alcuni BASIC.

Qui verrà utilizzato il primo metodo che è alla portata di tutti i sistemi.

Alla fine della lista, si aggiunge un nome particolare che è “ZZZ” e quindi facilmente riscontrabile. In questo modo è possibile conoscere il termine della lista.

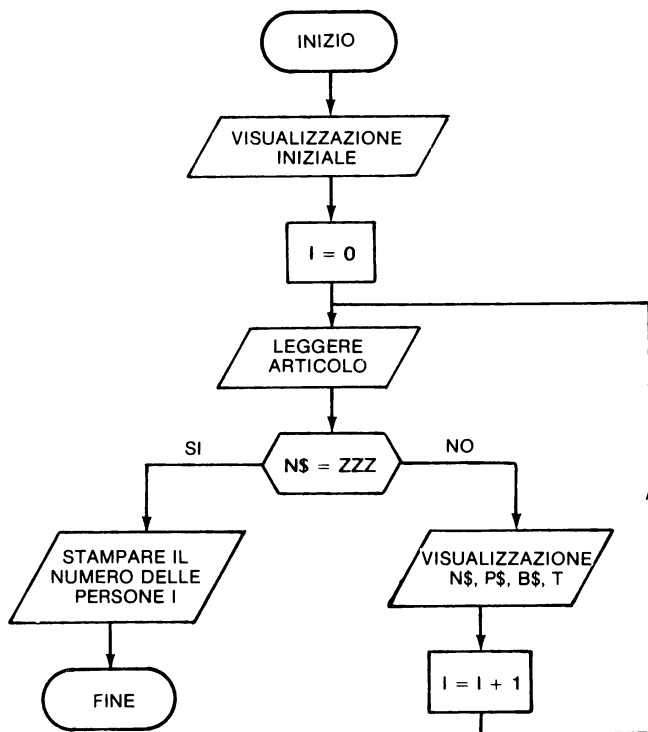


Figura 4.17

Tutto questo conduce al flow-chart di Fig.4.17.

In questo flow-chart è stata aggiunta una variabile I che “conta” il numero reale di persone contenute nella lista. Così, per liste importanti, contando il numero delle linee di uscita (il numero delle persone) è possibile prevedere dei salti di pagina al fine di ottenere una buona presentazione.

Questo programma, che non effettua alcuna ricerca, permette tuttavia di ottenere un elenco ordinato se i nomi sono stati introdotti correttamente, per questo motivo le linee sono numerate di 10 in 10 così che altre linee possano essere inserite dove necessario.

Mediante qualche piccola modifica (a livello di istruzione di lettura) si può lavorare come per un file sequenziale, che non limita la dimensione dell'elenco. Bisognerà nel frattempo assicurarsi del continuo aggiornamento del file.

*Nota:* Alcuni BASIC permettono di “testare” la fine del file con l'istruzione IF....END; ciò evita di dover impostare una registrazione fittizia (come ZZZ). Il flow-chart è presente in Fig.4.19.

```

100 REM PROGRAMMA PER LA RUBRICA TELEFONICA
110 REM
120 REM
130 REM
140 REM
150 PRINT TAB( 6);"RUBRICA TELEFONICA"
160 PRINT
170 PRINT "COGNOME"; SPC( 6);"NOME"; SPC( 7);"NUMERO"; SPC( 9);"INTERNO"
180 PRINT
190 I = 0
200 READ C$,N$,E$,T
210 IF C$ = "ZZZ" THEN 250
220 PRINT C$; SPC( 6);N$; SPC( 10);E$; SPC( 14);T
230 I = I + 1
240 GOTO 200
250 PRINT
260 PRINT "NUMERO DELLE PERSONE = ";I
270 DATA ROSSI,ANDREA,"3",310
280 DATA ROSSI,GIANNI,"3",340
290 DATA VERDI,LUIGI,"5",400
300 DATA VINCI,CLAUDIO,"4",360
900 DATA ZZZ,Z,3,4

```

#### RUBRICA TELEFONICA

COGNOME	NOME	NUMERO	INTERNO
ROSSI	ANDREA	3	310
ROSSI	GIANNI	3	340
VERDI	LUIGI	5	400
VINCI	CLAUDIO	4	360

NUMERO DELLE PERSONE = 4

Figura 4.18

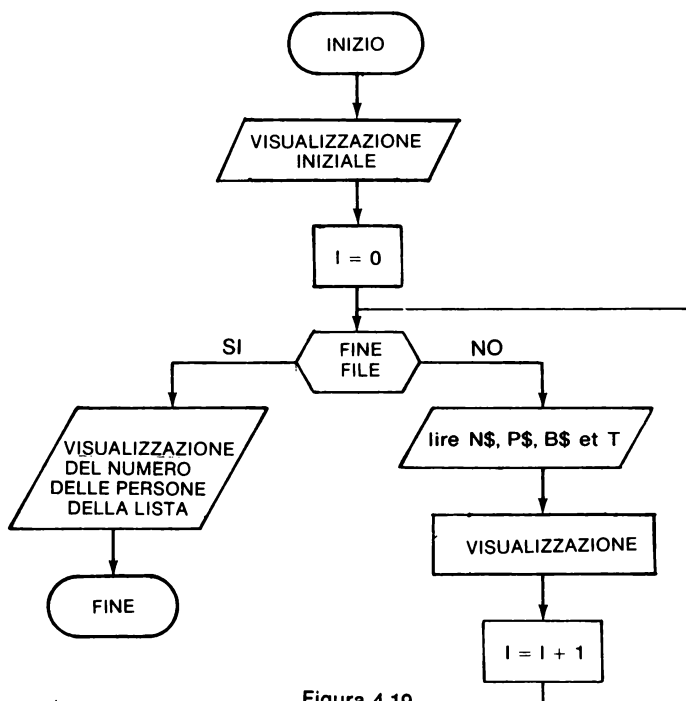


Figura 4.19

**4.5.2 Esercizio 2:** Si tratta ora di costruire un programma più complesso che propone un "menu" all'utilizzatore:

- ricerca di un cognome,
- ricerca di un cognome e nome,
- ricerca del solo nome,
- ricerca del numero telefonico,
- estrazione delle persone che hanno un interno,

e che effettui in seguito il lavoro richiesto dall'utilizzatore. Per la ricerca si può riprendere la sequenza di ricerca già esaminata, a condizione che venga adattata al problema da risolvere.

**Problema:** Costruire un programma che legga i dati che si suppone siano immagazzinati nelle istruzioni DATA del programma, e che proponga poi il seguente menu:

In funzione della risposta data dall'utilizzatore, il programma effettua il lavoro selezionato poi propone di nuovo il menu. Il programma termina se l'utilizzatore introduce un numero  $\leq 0$  o  $\geq 6$ .

**Nota:** Il BASIC non accetta, in generale, delle subroutine con trasmissione di parametri, questo è invece possibile con numerosi linguaggi come ALGOL, FORTRAN, etc. Si incontreranno difficoltà nel costruire la subroutine di ricerca che possa funzionare correttamente in tutti i casi. Si potrà quindi considerare di trasferire "la chiave di ricerca" in una tabella ausiliaria. Bisognerà far attenzione a non dimenticare le permutazioni.

**Soluzione:** Questo problema non presenta difficoltà particolari a condizione di lavorare con metodo. Si costruirà prima un flow-chart generale non dettagliato (Fig.4.20).

Per utilizzare il sottoprogramma di ricerca già esaminato, sarà necessario ogni volta preparare i dati che possono essere usati dallo stesso. E' stata scelta la seguente convenzione:

I dati sono    C\$ (I) cognome  
                  N\$ (I) nome  
                  D\$ (I) codice  
                  T\$ (I) numero telefonico

Una tabella ausiliaria B\$ (I) riceve prima gli elementi da ricercare e in seguito viene effettuata la ricerca. Prima di effettuare la ricerca sul cognome si esegue la sequenza:

```
FOR I = 1 TO N
  B$ (I) = C$ (I)
NEXT I
```



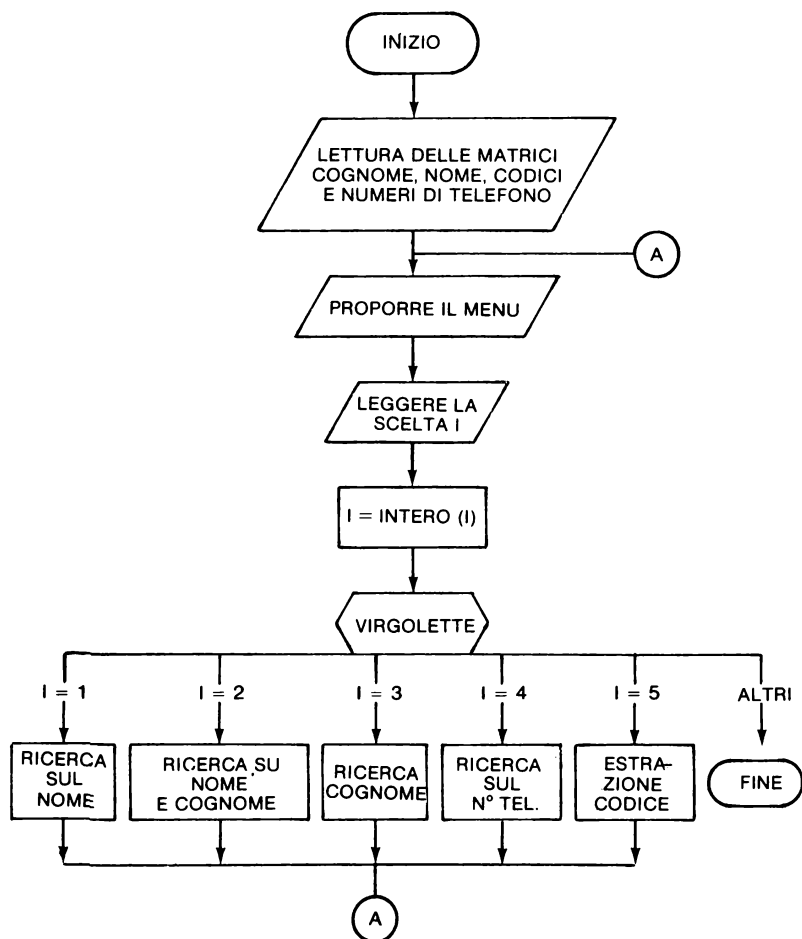


Figura 4.20

Questo presuppone dunque che si debba effettuare una ricerca alfabetica, il che non è una difficoltà in BASIC con i codici ASCII o EBCDIC.

Al contrario per la ricerca del cognome e del nome, sarà necessario porre in B\$ la concatenazione C\$ + N\$, ma in questo modo si corrono dei rischi; si considerino i seguenti nomi:

ROSSI UGO  
ROSSINI ALDO

per concatenazione semplice si avrà:

ROSSIUGO  
ROSSINIALDO

e il confronto darà ROSSINIALDO < ROSSIUGO.

Per evitare tale rischio si inserirà tra cognome e nome un carattere “spazio” che in ASCII possiede un valore inferiore alla lettera A. Si avrà quindi:

ROSSI UGO  
ROSSINI ALDO

così il confronto fornirà i risultati voluti. Per inserire il carattere “spazio” è sufficiente scrivere:

470 B\$(I) = C\$(I) + “^” + N\$(I)  
                                  ↑  
                                  spazio tra le virgolette

```

.
100 REM PROGRAMMA DI RUBRICA TELEFONICA
110 REM
120 DIM S$(100),C$(100),N$(100),T(100),B$(100)
130 GOSUB 800
140 PRINT "INDICARE IL TIPO DI RICERCA"
150 PRINT "1 = RICERCA DEL COGNOME"
160 PRINT "2 = RICERCA DEL COGNOME E NOME"
170 PRINT "3 = RICERCA DEL NOME"
180 PRINT "4 = RICERCA DEL NUMERO TELEFONICO"
190 PRINT "5 = ESTRAZIONE DEL NUMERO DI CODICE"
200 INPUT I
210 REM PROVA DI VALIDITA'
220 I = INT (I)
230 IF I <= 0 THEN STOP
240 IF I >= 6 THEN STOP
250 REM SELEZIONE DEL LAVORO
260 ON I GOTO 400,460,520,580,640
270 STOP
-----
390 REM RICERCA DEL COGNOME
400 FOR I = 1 TO N
410 B$(I) = C$(I)
420 NEXT I
430 GOSUB 1000
440 GOTO 140
-----
450 REM RICERCA DEL COGNOME E DEL NOME
460 FOR I = 1 TO N
470 B$(I) = C$(I) + " " + N$(I)
480 NEXT I
490 GOSUB 1000
500 GOTO 140
-----
510 REM RICERCA DEL NOME
520 FOR I = 1 TO N
530 B$(I) = N$(I)
540 NEXT I
550 GOSUB 1000
560 GOSUB 140
-----
570 REM RICERCA DEL NUMERO TELEFONICO
580 FOR I = 1 TO N
590 B$(I) = STR$(T(I))
600 NEXT I
610 GOSUB 1000
-----
```

si domanda solo la ricerca sul cognome
si domanda solo la ricerca sul cognome e il nome
si domanda la ricerca sul nome
ricerca sul numero telefonico

```

620 GOTO 140
630 REM ESTRAZIONE DEL NUMERO DI CODICE
640 PRINT "IMPOSTARE IL CODICE SCELTO ";
650 INPUT A$
660 PRINT
670 J = 0
680 PRINT "ELENCO DEI NOMI CON CODICE ";A$
690 PRINT
700 FOR I = 1 TO N
710 IF S$(I) < > A$ THEN 720
715 PRINT C$(I),N$(I),S$(I),T(I)
717 J = J + 1
720 NEXT I
730 PRINT
740 PRINT "IN TOTALE ";J;" NOMI NELL'ELENCO"
750 GOTO 140
760 REM SOTTOPROGRAMMA DI LETTURA
800 READ N
810 FOR I = 1 TO N
820 READ C$(I),N$(I),S$(I),T(I)
830 IF C$(I) = "ZZZ" THEN 860
840 NEXT I
850 N = I - 1
870 RETURN
970 REM SOTTOPROGRAMMA DI RICERCA SECONDO IL METODO DI SHELL
1000 D = 1
1010 D = 2 * D
1020 IF D < = N THEN 1010
1030 D = INT ((D - 1) / 2)
1040 IF D = 0 THEN 1400
1050 FOR I = 1 TO N - D
1060 FOR J = I TO 1 STEP - D
1070 L = J + D
1080 IF B$(J) < = B$(L) THEN 1350
1090 X$ = C$(J)
1100 C$(J) = C$(L)
1110 C$(L) = X$
1120 X$ = N$(J)
1130 N$(J) = N$(L)
1140 N$(L) = X$
1150 X$ = S$(J)
1160 S$(J) = S$(L)
1170 S$(L) = X$
1180 X = T(J)
1190 T(J) = T(L)
1200 T(L) = X
1205 X$ = B$(J)
1206 B$(J) = B$(L)
1207 B$(L) = X$
1210 NEXT J
1350 NEXT I
1360 GOTO 1030
1400 GOSUB 150
1410 RETURN
1490 REM SEQUENZA DI STAMPA
1500 PRINT
1510 PRINT "COGNOME","NOME","CODICE","NUMERO"
1520 PRINT
1530 FOR K = 1 TO N
1540 PRINT C$(K),N$(K),S$(K),T(K)
1550 NEXT K
1560 PRINT
1570 PRINT "IN TOTALE ";N;" NOMI NELL'ELENCO"
1580 RETURN
2000 DATA 10
2010 DATA ROSSI,PIERO,BE,100
2020 DATA ROSSINI,GIANNI,BE,110
2030 DATA VERDI,CLAUDIO,LABO,310
2040 DATA ZANI,DARIO,FA,115
2050 DATA ZINNI,FRANCO,COM,300
2060 DATA CARLI,PAOLO,SEC,301
2070 DATA ZZZ,Z,Z,0

```

estrazione del numero  
di interno

Figura 4.21

## Esempio di esecuzione:

INDICARE IL TIPO DI RICERCA  
1 = RICERCA DEL COGNOME  
2 = RICERCA DEL COGNOME E NOME  
3 = RICERCA DEL NOME  
4 = RICERCA DEL NUMERO TELEFONICO  
5 = ESTRAZIONE DEL NUMERO DI CODICE  
?1

COGNOME	NOME	CODICE	NUMERO
CARLI	PAOLO	SEC	301
ROSSI	PIERO	BE	100
ROSSINI	GIANNI	BE	110
VERDI	CLAUDIO	LABO	310
ZANI	DARIO	FA	115
ZINNI	FRANCO	COM	300

IN TOTALE 6 NOMI NELL'ELENCO  
INDICARE IL TIPO DI RICERCA  
1 = RICERCA DEL COGNOME  
2 = RICERCA DEL COGNOME E NOME  
3 = RICERCA DEL NOME  
4 = RICERCA DEL NUMERO TELEFONICO  
5 = ESTRAZIONE DEL NUMERO DI CODICE  
?2

COGNOME	NOME	CODICE	NUMERO
CARLI	PAOLO	SEC	301
ROSSI	PIERO	BE	100
ROSSINI	GIANNI	BE	110
VERDI	CLAUDIO	LABO	310
ZANI	DARIO	FA	115
ZINNI	FRANCO	COM	300

IN TOTALE 6 NOMI NELL'ELENCO  
INDICARE IL TIPO DI RICERCA  
1 = RICERCA DEL COGNOME  
2 = RICERCA DEL COGNOME E NOME  
3 = RICERCA DEL NOME  
4 = RICERCA DEL NUMERO TELEFONICO  
5 = ESTRAZIONE DEL NUMERO DI CODICE  
?3

COGNOME	NOME	CODICE	NUMERO
VERDI	CLAUDIO	LABO	310
ZANI	DARIO	FA	115
ZINNI	FRANCO	COM	300
ROSSINI	GIANNI	BE	110
CARLI	PAOLO	SEC	301
ROSSI	PIERO	BE	100

Figura 4-22 (continua)

```

IN TOTALE 6 NOMI NELL'ELENCO
INDICARE IL TIPO DI RICERCA
1 = RICERCA DEL COGNOME
2 = RICERCA DEL COGNOME E NOME
3 = RICERCA DEL NOME
4 = RICERCA DEL NUMERO TELEFONICO
5 = ESTRAZIONE DEL NUMERO DI CODICE
?4

```

COGNOME	NOME	CODICE	NUMERO
ROSSI	PIERO	BE	100
ROSSINI	GIANNI	BE	110
ZANI	DARIO	FA	115
ZINNI	FRANCO	COM	300
CARLI	PAOLO	SEC	301
VERDI	CLAUDIO	LABO	310

```

IN TOTALE 6 NOMI NELL'ELENCO
INDICARE IL TIPO DI RICERCA
1 = RICERCA DEL COGNOME
2 = RICERCA DEL COGNOME E NOME
3 = RICERCA DEL NOME
4 = RICERCA DEL NUMERO TELEFONICO
5 = ESTRAZIONE DEL NUMERO DI CODICE
?5
IMPOSTARE IL CODICE SCELTO ?BE

```

ELENCO DEI NOMI CON CODICE BE			
ROSSI	PIERO	BE	100
ROSSINI	GIANNI	BE	110

```

IN TOTALE 2 NOMI NELL'ELENCO
INDICARE IL TIPO DI RICERCA
1 = RICERCA DEL COGNOME
2 = RICERCA DEL COGNOME E NOME
3 = RICERCA DEL NOME
4 = RICERCA DEL NUMERO TELEFONICO
5 = ESTRAZIONE DEL NUMERO DI CODICE
?0

```

```

BREAK IN 230

```

Figura 4.22 (fine)

A partire dal momento in cui la ricerca è alfabetica, la ricerca del numero di telefono si può ottenere trasformando questi numeri in stringhe di caratteri da cui la linea 590

```
590 B$(I) = STR$(T(I))
```

La sequenza della ricerca assomiglia molto a quella dell'esercizio 4.1 ma le permutazioni devono essere effettuate su C\$, N\$, S\$, T e anche su B\$.

*Critiche al programma:* Il grosso difetto di questo programma è la dimensione limitata dell'elenco dovuta al fatto che i dati sono inclusi nel programma e risiedono durante l'esecuzione nella memoria del calcolatore. Tuttavia con la stessa struttura generale è possibile costruire un nuovo programma che lavori con accesso diretto al file su disco, in questo caso è necessario porre attenzione a non aumentare inutilmente il numero di accessi al disco.

## **4.6 CONCLUSIONI**

Gli esercizi orientati alla gestione non presentano particolari difficoltà dato che non richiedono l'accesso a file. E' tuttavia necessario lavorare con metodo.

Gli esercizi che fanno appello ai file non sono più difficili a livello di flow-chart ma la loro programmazione dipende dall'interprete BASIC impiegato, che è raramente compatibile per quanto concerne le istruzioni di trattamento dei file.

## CAPITOLO 5

# CALCOLI MATEMATICI

### 5.0 INTRODUZIONE

Il BASIC si presta bene all'esecuzione di semplici calcoli matematici. Generalmente i flow-chart sono molto semplici da realizzare e la programmazione presenta poche difficoltà.

Per contro, in certi casi, il propagarsi degli errori di arrotondamento provoca il raggiungimento di risultati poco precisi. Per premunirsi contro l'influenza di questi errori è possibile l'attuazione di diverse tecniche:

- prima scegliere degli algoritmi poco sensibili a questo tipo di errore, ciò non è sempre facile,
- in seguito programmare in modo che la perdita di precisione risulti più piccola possibile.

Nel contesto di un libro di esercizi, non è possibile dilungarsi su problemi di questa importanza, il lettore interessato potrà consultare delle pubblicazioni di analisi numerica. Nel frattempo, per attirare l'attenzione del lettore sulle possibili conseguenze, lo invitiamo a studiare attentamente i risultati ottenuti dal calcolo di "pi greco" con il metodo dei poligoni regolari inscritti.

### 5.1 DIVISIONE DI UN POLINOMIO PER $(x - s)$

Si consideri un polinomio  $p(x)$  di grado  $n$  di cui si conoscono i coefficienti:

$$P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} + a_n$$

Bisogna trovare il polinomio  $Q(x)$  di grado  $n-1$  così che:

$$P(x) = (x - s) Q(x) + R$$

il resto  $R$  è una costante. Quindi:

$$Q(x) = b_0 x^{n-1} + b_1 x^{n-2} + \dots + b_{n-2} + b_{n-1}$$

si otterrà:

$$b_0 = a_0$$

$$b_1 = a_1 + sb_0$$

$$b_2 = a_2 + sb_1 \quad e \quad R = an + \sigma \beta^{n+1}$$

$$\beta_i = a_i + sb_i$$

$$b_{n-1} = a_{n-1} + sb_{n-2}$$

**Problema:** Scrivere un programma che determini i coefficienti di  $Q(x)$  partendo dai coefficienti di  $P(x)$  e di  $(x-A1)$ , essendo  $A1$  ugualmente dato.

**Soluzione:** La parte relativa all'algoritmo è particolarmente semplice poichè per  $i$  che varia tra 1 e  $N-1$  si può scrivere:

$$b_i = a_i + sb_{i-1} \quad \longleftarrow \text{Coefficiente di } Q(x)$$

$\nwarrow$   
Coefficiente di  $P(x)$

Si può comunque calcolare  $b_n$  con questa formula e fare:

$$R = b_n$$

Tutte le difficoltà consistono dunque nello scrivere bene le istruzioni di I/O.

Il programma di Fig.5.1 costituisce un esempio di ciò che si può fare. E' possibile evidentemente avere altre presentazioni dei risultati.

```
20 REM DIVISIONE DI UN POLINOMIO PER X-A1
30 REM N = GRADO DEL POLINIMIO
40 REM IL VETTORE 'A' CONTIENE I COEFFICIENTI DI P(X)
50 REM IL VETTORE 'B' TIENE IL CALCOLO DEI COEFFICIENTI DI Q(X)
60 REM 'R' E' IL RESTO DELLA DIVISIONE TRA P(X) E X-A1
100 DIM A(20),B(21)
105 REM LEGGE UN INPUT
110 READ N,A1
115 PRINT "DIVISIONE DI P(X) PER (X-";A1;")"
116 PRINT
120 FOR I = 1 TO N
130 READ A(I)
140 NEXT I
145 REM CALCOLO DEI COEFFICIENTI DI Q(X)
150 B(0) = A(0)
160 FOR I = 1 TO N - 1
170 B(I) = A(I) + A1 * B(I - 1)
180 NEXT I
190 R = A(N) + A1 * B(N - 1)
195 REM STAMPA DEI RISULTATI
200 PRINT "COEFFICIENTI DI P(X) ";
210 FOR I = 1 TO N
220 PRINT A(I);
230 NEXT I
240 PRINT
250 PRINT
```



```

260 PRINT "COEFFICIENTI DI Q(X) ";
270 FOR I = 0 TO N - 1
280   PRINT B(I);
290 NEXT I
300 PRINT
310 PRINT
320 PRINT "RESTO: ";R
330 STOP
340 DATA 6,1
350 DATA 3,2,-1,5,6,4,1
360 END

```

Figura 5.1

Esempio di esecuzione:

```

DIVISIONE DI P(X) PER (X-1)
COEFFICIENTI DI P(X) 32-1564
COEFFICIENTI DI Q(X) 0354915
RESTO: 19
BREAK IN 330

```

Figura 5.2

Si verifica facilmente che:

$$3x^6 + 2x^5 - x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = (x-1)(3x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 15x + 19) + 2$$

*Commenti:*

1. In parecchi sistemi l'istruzione **BASE 0** è destinata a mostrare che le variabili indicate hanno l'indice che parte da 0.

Secondo le norme standard ANSI l'istruzione **BASE 0** dovrebbe essere scritta **OPTION BASE 0**.

2. Con un BASIC dove che gli indici devono obbligatoriamente partire da 1, è sufficiente sottrarre 1 dall'indice nel programma di figura 5.1.

3. La sequenza di stampa utilizzata può evidentemente essere modificata in funzione di una concreta applicazione. Si può notare tuttavia la necessità di inserire delle istruzioni **PRINT** per rendere più chiara la presentazione.

## 5.2 CALCOLO DI UN INTEGRALE DEFINITO

Tra i numerosi metodi che permettono di calcolare l'integrale definito di una funzione limitata su un intervallo ugualmente limitato, si possono citare:

- il metodo di **SIMPSON**
- il metodo di **WEDDLE**

che sono particolarmente semplici e saranno oggetto di due esercizi.

*Metodo di Simpson:* Con  $n$  pari, per calcolare:

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

Si opera nel modo seguente:

— dividere l'intervallo  $a, b$ , in  $n$  intervalli con:

$$h = \frac{b - a}{n}$$

— calcolare poi:

$$S = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4 f(x_1) + 2 f(x_2) + 4 f(x_3) + 2 f(x_4) + \cdots + 4 f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

con  $x_0 = a$  e  $x_n = b$ .

**Metodo di Weddle:** Con  $n$  multiplo di 6, si calcola  $h$  come in precedenza, poi si valuta  $S$  con:

$$S = \frac{3h}{10} [f(a) + 5 f(a + h) + f(a + 2h) + 6 f(a + 3h) + f(a + 4h) + \\ + 5 f(a + 5h) + f(b)]$$

se  $n = 6$  o se  $n = 12, 18$ , etc.

$$= \frac{3h}{10} [f(a) + 5 f(a + h) + f(a + 2h) + 6 f(a + 3h) + f(a + 4h) + \\ + 5 f(a + 5h) + 2 f(a + 6h) + \cdots + f(b)]$$

**Esercizio 1:** Scrivere una subroutine che calcoli un integrale definito con il metodo di Simpson; scrivere un programma principale che utilizzi tale metodo per calcolare:

$$S = \int_{-1,95}^{+1,95} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

Fare un calcolo con  $n = 6, 12, 18, 24, 30$  senza tener conto del fatto che questa funzione è “pari”.

**Esercizio 2:** Mantenendo lo stesso enunciato precedente si sostituisce al metodo di Simpson quello di Weddle.

Effettuare il calcolo con  $n = 6, 12, 18, 24$ .

Confrontare i risultati ottenuti.

**Soluzione esercizio 1:**

Per costruire un solo loop di calcolo definiamo due variabili  $S1$  e  $S2$  costituite rispettivamente dai termini di  $S$  con coefficiente 4 e 2.

$$\begin{aligned} S1 &= f(x_1) + f(x_3) + && + f(x_{n-1}) \\ S2 &= f(x_2) + f(x_4) + && + f(x_{n-2}) \end{aligned}$$

sostituendo S si avrà

$$S = \frac{H}{3} (4 S1 + 2 S2 + f(a) + f(b))$$

Il flow-chart relativo alla parte di calcolo si costruisce ora facilmente (Fig.5.3) a condizione di ricordare che S1 deve normalmente contenere un termine superiore a quello di S2 e che si deve effettuare un loop comune, sarà necessario alla fine aggiungere  $f(x_{n-1})$  che sarà stato dimenticato.

### Soluzione esercizio 2:

Si farà riferimento al metodo dell'esercizio 1 con la differenza che in questo esercizio si faranno 6 somme parziali nel loop e, come precedentemente, una somma definita all'uscita del loop. Questo metodo allunga notevolmente il programma ma lo rende più semplice. Per questa ragione qui non viene raffigurato il flow-chart relativo.

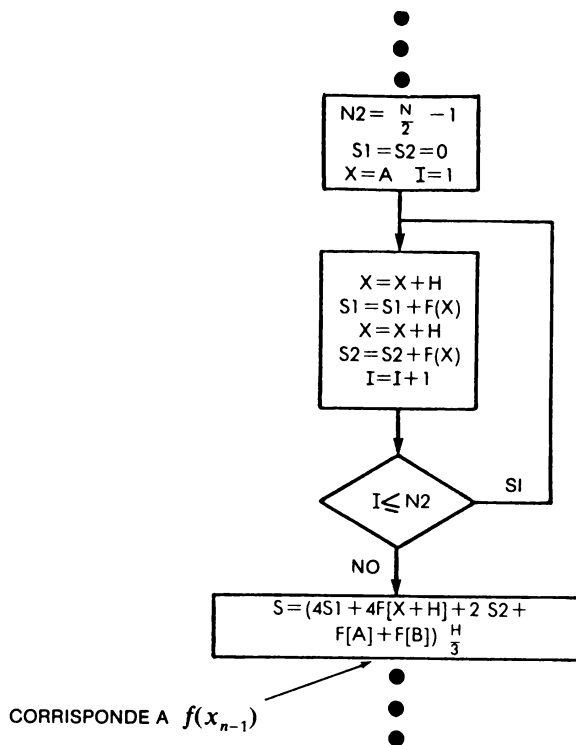


Figura 5.3

```

10 REM CALCOLO DI UN INTEGRALE CON IL METODO DI SIMPSON
50 PRINT "CALCOLO DI UN INTEGRALE DEFINITO CON IL METODO DI SIMPSON"
60 PRINT
70 PRINT " N   INTEGRALE"
80 PRINT
100 DEF FNE(X)=C*EXP(-X*X*0.5)
110 C=1/SQR(2*3.14159267)
112 A=-1.95
113 B=1.95
115 FOR N= 6 TO 30 STEP 6
120 GOSUB 3500
130 PRINT USING 200,N,S
140 NEXT N
150 STOP
200 :***      *.*****
3400 REM SOTTOPROGRAMMA DI CALCOLO DELL'INTEGRALE DEFINITO
3410 REM METODO DI SIMPSON
3420 REM 'H' RAPPRESENTA IL PASSO DI INTEGRAZIONE
3500 IF INT(N/2)<>N/2 THEN 3640
3510 N2=N/2-1
3520 H=(B-A)/N
3530 S1=0
3540 S2=0
3550 X=A
3560 FOR I=1 TO N2
3570 X=X+H
3580 S1=S1+FNE(X)
3590 X=X+H
3600 S2=S2+FNE(X)
3610 NEXT I
3620 S=(4*(S1+FNE(X+H))+2*S2+FNE(A)+FNE(B))*H/3
3630 RETURN
3640 PRINT " IMPOSSIBILE PERCHE' N E' DISPARI "
3650 STOP
3660 END

```

## Esempio d'esecuzione

CALCOLO DI UN INTEGRALE DEFINITO CON IL METODO DI SIMPSON

N	INTEGRALE
6	.9485226178
12	.9488106717
18	.9488214551
24	.9488231313
30	.9488235761

Figura 5.4

```

10 REM CALCOLO DI UN INTEGRALE CON IL METODO DI WEDDLE
80 PRINT "CALCOLO DI UN INTEGRALE DEFINITO CON IL METODO DI WEDDLE"
90 PRINT
100 DEF FNE(X)=C*EXP(-X*X*0.5)
110 C=1/SQR(2*3.141592653)
120 A=-1.95
130 B=1.95
140 PRINT " N    INTEGRALE "
145 PRINT
150 FOR N=6 TO 30 STEP 6
160 GOSUB 4000
170 PRINT USING 200,N,S
175 NEXT N
180 STOP
200 :###      #.#####
4000 IF N-6*INT(N/6) <> 0 THEN 4200
4010 F=N/6
4020 X=A
4030 H=(B-A)/N
4040 S1=0
4050 S2=0
4060 S3=0
4070 S6=0
4100 FOR I=1 TO F
4110 S1=S1+FNE(X+H)
4120 S2=S2+FNE(X+2*H)
4130 S3=S3+FNE(X+3*H)
4140 S2=S2+FNE(X+4*H)
4150 S1=S1+FNE(X+5*H)
4160 S6=S6+FNE(X+6*H)
4165 X=X+6*H
4170 NEXT I
4180 S=.3*H*(FNE(A)-FNE(B)+S*S1+S2+6*S3+2*S6)
4190 RETURN
4200 PRINT "IMPOSSIBILE PERCHE' ";N;" NON E' MULTIPLO DI 6"
4210 STOP
4220 END

```

CALCOLO DI UN INTEGRALE DEFINITO CON IL METODO DI WEDDLE

N	INTEGRALE
6	.9501323783
12	.9488272534
18	.9488241485
24	.9488239269
30	.9488238929

Figura 5.5

**Confronto dei risultati:** Il risultato teorico esatto è 0.95. La tabella seguente mostra i risultati ottenuti con ciascuno dei metodi utilizzati.

N	SIMPSON	WEDDLE
6	.9485226178	.9501323783
12	.9488106717	.9488272534
18	.9488214551	.9488241485
24	.9488231313	.9488239269
30	.9488235761	.9488238929

Questa tabella mostra che il metodo di SIMPSON, meno preciso di quello di WEDDLE, fornisce risultati migliori quando si aumenta almeno per un certo tempo il numero dei passi per la durata dei calcoli.

Invece, i risultati migliori vengono ottenuti con l'altro metodo per  $N=6$  e  $N=12$  ed in seguito il risultato si allontana lentamente dal valore esatto. Questo può essere dovuto a cause diverse, per esempio per l'influenza degli errori di arrotondamento.

### 5.3 CALCOLO DI $\pi$ CON IL METODO DEI POLIGONI REGOLARI

Si possono calcolare dei valori approssimativi di  $\pi$  assimilando il perimetro di un poligono regolare alla circonferenza di un cerchio inscritto o circoscritto, questo permetterà così di avvicinare con dei valori arrotondati per eccesso o per difetto.

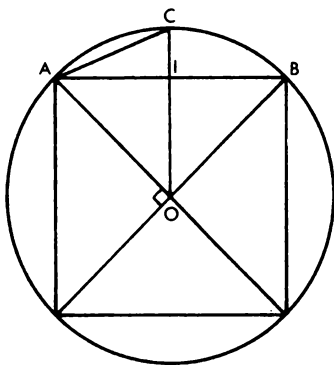
Il poligono di partenza è quadrato. Partendo dal quadrato si possono calcolare due valori di  $\pi$ . Ad ogni iterazione, si darà il numero dei lati del poligono, e si effettuerà un nuovo calcolo:

- calcolo del lato,
- calcolo di  $\pi$ .

Quando l'intervallo che contiene  $\pi$  non diminuisce più per gli errori di arrotondamento, si arresteranno le iterazioni.

*Analisi del problema:* Si studierà ora il caso del poligono inscritto e di quello circoscritto:

*Poligono inscritto:* Si considera un cerchio di raggio 1.



il lato del quadrato è dato da:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

da cui  $AB = C = \sqrt{2}$

Figura 5.6

Si calcola ora la lunghezza di AC del nuovo lato:

$$AC^2 = IA^2 + IC^2 \quad \text{con} \quad IA = \frac{C}{2}$$

$$IC = OC - OI$$

$$OI \text{ è dato da } OI^2 = OA^2 - IA^2$$

$$= 1 - \frac{C^2}{4}$$

Portandolo in  $AC^2$  si ottiene:

$$AC^2 = \frac{C^2}{4} + 1 + 1 - \frac{C^2}{4} - 2\sqrt{1 - \frac{C^2}{4}}$$

$$= 2 - 2\sqrt{1 - \frac{C^2}{4}}$$

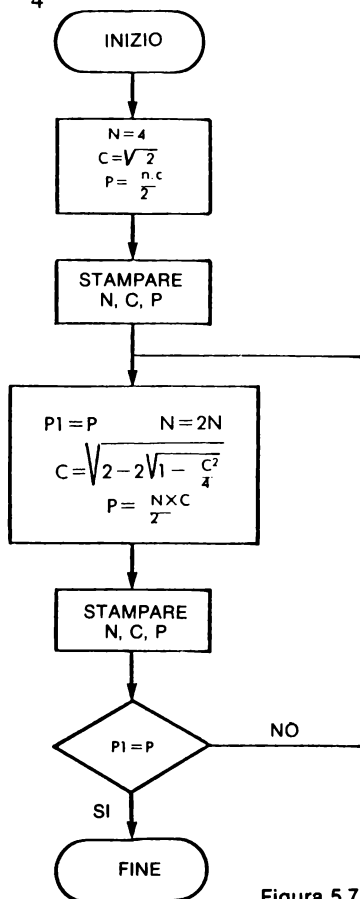


Figura 5.7

Partendo dalla lunghezza di AC si otterrà  $\pi$  con:

$$8 \cdot AC = 2\pi$$

in modo generale  $\pi = \frac{n}{2} \times \text{lato del poligono}$

*Flow-chart provvisorio:* Comporta una parte inizializzazione che corrisponde al quadrato e in seguito al calcolo iterativo (Fig.5.5).

*Poligono circoscritto:* come prima si parte da un cerchio di raggio 1. Inizialmente il lato del quadrato è dato da:

$$AB = 2AJ \quad \text{con} \quad AJ = 1$$

da cui

$$AB = C = 2$$

La lunghezza del nuovo lato HK dev'essere determinata.

Per questo si calcoli:

$$IK^2 = AK^2 - IA^2$$

con  $AK = \frac{C}{2} - IK$  poichè  $IK = KJ$

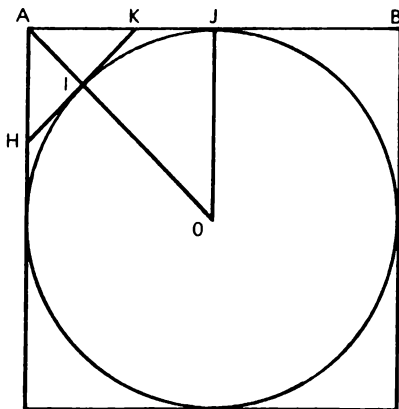


Figura 5.8



dunque

$$AK^2 = \frac{C^2}{4} - C \times IK$$

$$OA^2 = \frac{C^2}{4} + 1 \text{ dunque } IA = \sqrt{1 + \frac{C^2}{4}} - 1$$

$$IA^2 = 2 + \frac{C^2}{4} - 2 \sqrt{1 + \frac{C^2}{4}}$$

riportando in  $IK^2$  otterremo:

$$IK^2 = \frac{C^2}{4} - C \cdot IK + IK^2 - 2 - \frac{C^2}{4} + 2 \sqrt{1 + \frac{C^2}{4}}$$

$$C \cdot IK = 2 \sqrt{1 + \frac{C^2}{4}} - 2$$

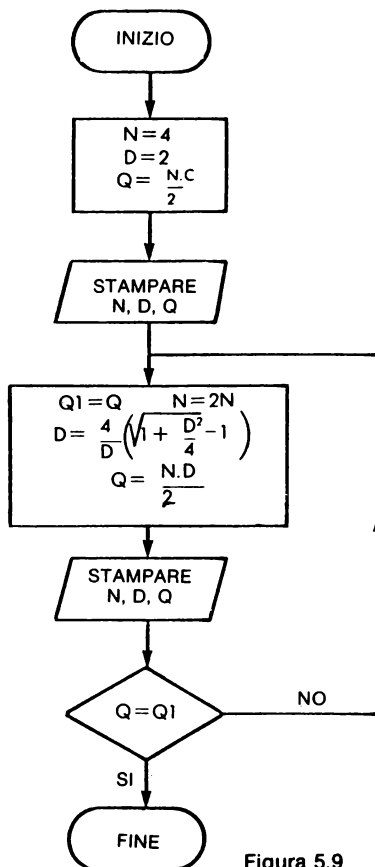


Figura 5.9

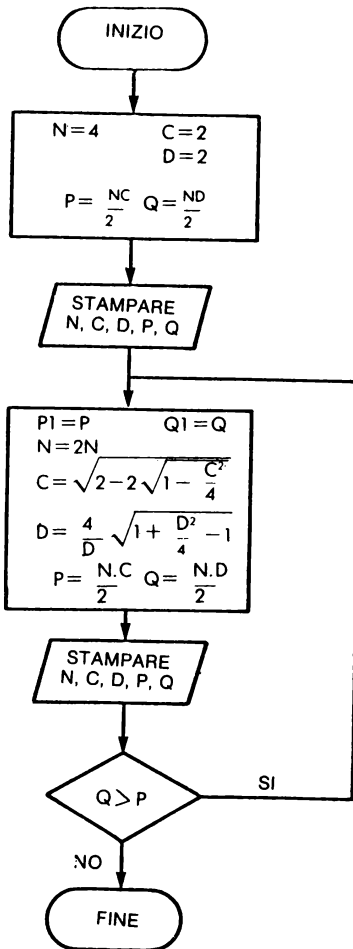
da cui la lunghezza del nuovo lato

$$HK = 2 IK = \frac{4}{C} \left( \sqrt{1 + \frac{C^2}{4}} - 1 \right)$$

Si avvicinerà  $\pi$  con  $nHK = 2p$ .

*Flow-chart provvisorio:* Con questo metodo di approccio dall'alto, si otterrà un nuovo flow-chart che assomiglierà molto al precedente.

*Flow-chart definitivo:* Si possono combinare i due flow-chart al fine di ottenere un flow-chart che permetta ad ogni iterazione di ridurre l'intervallo di scarto.



dove  $C = \sqrt{2 - \sqrt{4 - C^2}}$

dove  $D = \frac{1}{D} [\sqrt{4 + D^2} - 4]$

Figura 5.10

Partendo da questo flow-chart la programmazione non presenta particolari difficoltà. L'esperienza mostra che l'influenza degli errori di arrotondamento è notevole e che i risultati divergono assai velocemente. Si calcola quindi la differenza tra i limiti inferiori e superiori ottenuti da:

$$E = Q - P$$

e si arresta il programma quando E diviene negativo.

Inoltre si può calcolare  $\pi$  mezzi corrispondente alla media aritmetica di P e Q. Si constaterà che questa media si avvicina molto velocemente a  $\pi$ . Nonostante i calcoli vengano eseguiti con grande precisione, si constata che il valore esatto che comincia per

$\pi$ : 3,14 15 9 2 6 5 3 5 8 9 7 9 3

non può essere avvicinato con questo metodo con precisione, poichè la nona cifra del valore medio d'intervallo è errata. Questo è dovuto al processo di calcolo che determina errori di arrotondamento che procedendo nel calcolo condurranno a risultati inesatti. Con un calcolatore avente una precisione inferiore, la precisione di  $\pi$  sarà ancora peggiore.

```

100 REM CALCOLO DI PI CON IL METODO DEL POLIGONO
101 REM INSCRITTO E DEL POLIGONO CIRCOSCRITTO
102 REM
110 N=4
120 C=SQR(2)
130 D=2
140 F=0.5*N*C
150 Q=0.5*N*D
152 M=0.5*(P+Q)
155 E=Q-P
160 PRINT USING 275
165 PRINT
170 PRINT USING 280,N,C,D,P,Q,M
180 P1=P
190 Q1=Q
200 N=2*N
210 C=SQR(2-2*SQR(1-0.25*C*C))
220 D=4*(SQR(1+0.25*D*D)-1)/D
230 F=0.5*N*C
240 Q=0.5*N*D
242 M=0.5*(P+Q)
245 E=Q-P
250 PRINT USING 280,N,C,D,P,Q,M
255 IF E<0 THEN 290
260 IF P1=P THEN 290
270 IF Q1>Q THEN 180
275 :NUMERO      C      D      PI-INF      PI-SUP      PI-MEZZI
280 :#####  *.#####  *.#####  *.#####  *.#####  *.#####
290 STOP
300 END

```

Figura 5.11.

Esempio d'esecuzione:

NUMERO	C	D	PI-INF	PI-SUP	PT-MEZZI
4	1.4142136	2.0000000	2.82842712475	4.00000000000	3.41421356237
8	.7653669	.8284271	3.06146745892	3.31370849898	3.18758797895
16	.3901806	.3978247	3.12144515226	3.18259787807	3.15202151517
32	.1960343	.1969828	3.13654849055	3.15172490743	3.14413669899
64	.0981353	.0982537	3.14033115695	3.14411838524	3.14222477110
128	.0490825	.0490972	3.14127725093	3.14222362994	3.14175044043
256	.0245431	.0245449	3.14151380115	3.14175036914	3.14163208514
512	.0122718	.0122720	3.14157294028	3.14163208047	3.14160251037
1024	.0061359	.0061359	3.14158772485	3.14160250955	3.14159511720
2048	.0030680	.0030680	3.14159142158	3.14159511337	3.14159326747
4096	.0015340	.0015340	3.14159234176	3.14159326983	3.14159280579
8192	.0007670	.0007670	3.14159256943	3.14159277972	3.14159267458
16384	.0003835	.0003835	3.14159260738	3.14159273859	3.14159267298
32768	.0001917	.0001917	3.14159230381	3.14159186903	3.14159208642

Figura 5.12

## 5.4 RISOLUZIONE DI UN'EQUAZIONE CON DICOTOMIA

Data una equazione  $f(x) = 0$  che ammetta almeno una radice nell'intervallo  $(a, b)$ . Si supponga che la funzione sia continua e limitata in questo intervallo. Si supponga inoltre che  $f(a)$  e  $f(b)$  siano di segno contrario.

**Soluzione:** Il sottoprogramma deve poter funzionare correttamente qualunque siano le equazioni e i dati forniti. In particolare fornendo due punti A e B in modo che  $f(A)$  e  $f(B)$  siano dello stesso segno, il sottoprogramma dovrà accorgersene e fornire la segnalazione. Questo porta dunque a un primo controllo. Nell'esempio dato, si utilizza una variabile L alla quale si assegnano tre possibili valori:

- 1 se  $f(A)$  e  $f(B)$  sono dello stesso segno,
- 0 se, dopo una o più iterazioni,  $f(x) \leq E1$ ,
- 1 se, dopo una o più iterazioni, vi è un intervallo di lunghezza inferiore o uguale a E.

Nell'esempio di soluzione si è supposto che l'utilizzatore abbia provveduto alla corretta impostazione dei valori di E1 e E2 che dovevano essere obbligatoriamente di segno positivo.

Per non modificare nel sottoprogramma i valori di A e B, si utilizzano due variabili ausiliarie A1 e B1 che rappresentano i limiti dell'intervallo. Si giunge così al flow-chart di Fig.5.13.

Nel programma di Fig.5.14 la divisione per 2 è stata sostituita da una moltiplicazione per 0.5 che è più rapida (linea 1050).

L'esempio trattato permette di ottenere il valore  $X = 7.9999945$  quando la radice esatta è 8.

*Algoritmo:* A ciascuna iterazione si divide per due la lunghezza dell'intervallo.

1. Calcolare  $x = \frac{a + b}{2}$

$$y = f(x)$$

2. Se  $f(x)$  e  $y$  sono dello stesso segno:

porre  $a = x$

passare in 3

altrimenti

porre  $b = x$

passare in 3

3. Provare se una delle seguenti condizioni è soddisfatta:

$$|y| \leq \varepsilon$$

$$|b - a| \leq \eta$$

con  $\varepsilon$  e  $\eta$  dati

— se nessuna condizione è soddisfatta tornare in 1 e proseguire le iterazioni,

— se una condizione è soddisfatta si arrestano le iterazioni.

*Problema:* Scrivere una subroutine che può ridurre una equazione secondo il metodo esposto.

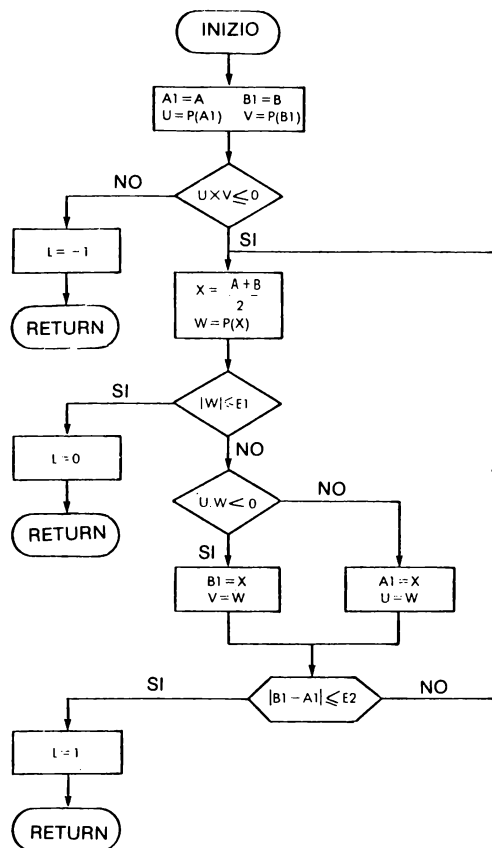


Figura 5.13

```

100 DEF FN F(Z) = (Z + 1) * (Z - 8)
110 E1 = 0.0001; E2 = 0.001
120 A = 1.6; B = 100
130 GOSUB 1000
140 IF L = -1 THEN 300
150 PRINT "L=" ; L
160 PRINT "SOLUZIONI TROVATE X=" ; X ; " Y=" ; W
170 PRINT
180 PRINT "INTERVALLO A=" ; A1 ; " B=" ; B1
190 STOP
300 PRINT "NESSUNA SOLUZIONE; F(A) E F(B) STESSO SEGNO"
310 STOP
1000 A1 = A; B1 = B
1020 U = FN F(A1)
1030 V = FN F(B1)
1040 IF U * V > 0 THEN 1190
1050 X = 0.5 * (A1 + B1)
1060 W = FN F(X)
  
```

Figura 5.14 (continua)

```

1070 IF ABS (W) < = E1 THEN 1170
1080 IF U * W < 0 THEN 1120
1090 A1 = X:U = W
1100 GOTO 1140
1120 B1 = X:V = W
1140 IF ABS (B1 - A1) > E2 THEN 1050
1150 L = 1: RETURN
1170 L = 0: RETURN
1190 L = - 1: RETURN
1200 END

```

Figura 5.14 fine

### Esempio d'esecuzione

```

RUN
L = 0
SOLUZIONI TROVATE X = 7.9999939 Y = -5.49014286E-05
INTERVALLO A = 7.99924317 B = 8.00074464
BREAK IN 190

```

Figura 5.15

## 5.5 VALORE NUMERICO DI UN POLINOMIO

Si cerca di calcolare il valore numerico di un polinomio  $P(x)$  di cui si conoscono i coefficienti e i valori della variabile. Per questo si utilizza il metodo di Höerner che minimizza il numero delle operazioni. Per la valutazione del valore di  $P(x)$  dato da:

$$P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n$$

si calcola:

$$P : (\dots (((a_0 x + a_1) x + a_2) x + a_3) x + \dots + a_{n-1}) x + a_n$$

Nel programma di Fig.5.16, si è utilizzato il secondo metodo che è più semplice. Il sottoprogramma comporta 5 istruzioni (linee 1000-1040) compresa l'istruzione RETURN.

**Problema:** Costruire un programma che per mezzo di un sottoprogramma valuti  $P(x)$  con i valori di  $x$  dati dal programma principale.

**Soluzione:** La formula data significa che sarà necessario fare i seguenti calcoli:

$$P = a_0 x + a_1$$

Poi :

$$P = (P + a_2) x$$

Poi :

$$P = (P + a_3) x$$

e così di seguito fino a:

$$P = (P + a_{n-1}) x$$

$$P = a_0$$

Poi :

$$P = Px + a_1$$

Poi :

$$P = Px + a_2$$

e così di seguito fino a:

$$P = Px + a_n$$

infine:

$$P = P + a_n$$

Da qui si può vedere come può essere utilizzata la seguente iterazione:

```
100 REM VALORE NUMERICO DI UN POLINOMIO SECONDO LO SCHEMA DI HOERNEK
110 DIM A(100)
115 PRINT "IMPOSTARE IL GRADO DEL POLINOMIO ";
120 INPUT N
130 PRINT "IMPOSTARE I ";N + 1;" COEFFICIENTI IN ORDINE DECRESCENTE"
140 FOR I = 0 TO N
150 INPUT A(I)
160 NEXT I
170 PRINT "IMPOSTARE IL VALORE DI X PER IL VALORE DEL POLINOMIO";
190 INPUT X
200 IF X = 0 THEN STOP
210 GOSUB 1000
220 PRINT
230 PRINT "VALORE DEL POLINOMIO = ";P
240 PRINT
250 GOTO 170
990 REM VALUTAZIONE DEL POLINOMIO CON IL METODO DI HOERNER
1000 P = A(0)
1010 FOR I = 1 TO N
1020 P = P * X + A(I)
1030 NEXT I
1040 RETURN
1050 END
```

Figura 5.16

```
IMPOSTARE IL GRADO DEL POLINOMIO ?2
IMPOSTARE I 3 COEFFICIENTI IN ORDINE DECRESCENTE
?1
?1
?1
IMPOSTARE IL VALORE DI X PER IL VALORE DEL POLINOMIO?2
VALORE DEL POLINOMIO = 7
IMPOSTARE IL VALORE DI X PER IL VALORE DEL POLINOMIO?3
VALORE DEL POLINOMIO = 13
IMPOSTARE IL VALORE DI X PER IL VALORE DEL POLINOMIO?10
VALORE DEL POLINOMIO = 111
IMPOSTARE IL VALORE DI X PER IL VALORE DEL POLINOMIO?0
BREAK IN 200
```

Figura 5.17

## 5.6 CONCLUSIONI

Questi esercizi mostrano che la soluzione dei problemi matematici iterativi (calcolo di integrali definiti, risoluzione di equazioni, etc.) presenta pochi problemi dal punto di vista della programmazione. Del resto il flow-chart è più semplice da impostare rispetto agli esercizi di aritmetica presentati nel Capitolo 2. Inoltre, per questo tipo di problemi, è necessario poter effettuare un gran numero di operazioni di calcolo con precisione e il microcalcolatore si rivela adatto a questo genere di calcolo.

Qualche volta si pone per contro il problema della "validità dei risultati", poichè gli errori di metodo e gli errori di arrotondamento possono avere un'influenza seria soprattutto quando i calcoli diventano più complessi. Il lettore interessato a questi problemi è invitato a leggere dei testi "di analisi numerica", che trattano metodi di calcolo per microcalcolatori e dell'influenza degli errori.



## CAPITOLO 6

# CALCOLI FINANZIARI

### 6.1 PREVISIONE DI CIFRE DI AFFARI

In questi esercizi si suppone noto il tasso di crescita e si cerca di prevedere l'evoluzione della cifra di affari. I due programmi, facili da realizzare, sono raramente utilizzabili nella pratica, ma possono servire da base alla redazione di programmi specifici.

*Primo problema:* Un'impresa realizza una data cifra di affari  $C$  e prevede un tasso di crescita  $T$  per gli  $N$  anni futuri. Determinare la cifra di affari prevista. I dati sono:

$A$  = anno d'inizio,

$C$  = cifra d'affari per l'anno  $A$ ,

$T$  = tasso di crescita espresso in percentuale (%),

$N$  = numero degli anni per i quali si desidera la previsione.

Esempio:

$A = 1978$

$C = 20.000.000$

$T = 20 \%$

$N = 5$

*Soluzione:* Le sole difficoltà che s'incontrano sono quelle relative alla presentazione. Si dovrà tener conto del fatto che il tasso si esprime in percentuale (%) e dà luogo a un coefficiente moltiplicativo  $T1$  dato da:

$$T1 = 1 + \frac{T}{100}$$

```

100 PRINT "PREVISIONE DELLE CIFRE D'AFFARI"
110 PRINT
120 PRINT "IMPOSTARE ANNO E CIFRA INIZIALE ";
130 INPUT A,C
140 PRINT
150 PRINT "IMPOSTARE TASSO DI CRESCITA ";
160 INPUT T
170 PRINT
180 PRINT "IMPOSTARE NUMERO ANNI DI PREVISIONE ";
190 INPUT N
200 PRINT
210 PRINT "ANNI","CIFRE D'AFFARI"
220 PRINT
230 PRINT A,C
240 T1 = 1 + 0.01 * T
250 FOR I = 1 TO N
260   A = A + 1
270   C = C * T1
280   PRINT A,C
290 NEXT I
300 END

```

Figura 6.1

### Esempio d'esecuzione:

```

PREVISIONE DELLE CIFRE D'AFFARI

IMPOSTARE ANNO E CIFRA INIZIALE ?1978,1220

IMPOSTARE TASSO DI CRESCITA ?13

IMPOSTARE NUMERO ANNI DI PREVISIONE ?6

ANNI          CIFRE D'AFFARI
1978          1220
1979          1378.6
1980          1557.818
1981          1760.33434
1982          1989.1778
1983          2247.77092
1984          2539.98114

```

Figura 6.2

*Secondo problema:* Si parte questa volta da due dati di base: un volume di vendita e una cifra d'affari. Si prevede un aumento in volume di  $Q\%$  e un rialzo annuale dei prezzi di  $T\%$ .

Sarà necessario ora prevedere per gli  $N$  anni futuri l'evoluzione in volume di vendita e l'evoluzione della cifra d'affari.

I dati sono:

Anno d'inizio	A
Volume	V
Cifre d'affari	C
Aumento del volume	$Q$ (in percentuale)
Rialzo dei prezzi	$T$ (in percentuale)
Numero degli anni	$N$

**Soluzione:** Si potrà partire dal programma precedente. Si dovrà questa volta, tuttavia, tener conto dei due rialzi.

```

100 PRINT "IMPOSTARE ANNO, VOLUME E CIFRE D'AFFARI ";
110 INPUT A,V,C
120 PRINT "IMPOSTARE L'AUMENTO IN VOLUME E RIALZO DEL PREZZO ";
130 INPUT Q,T
140 PRINT "IMPOSTARE NUMERO DEGLI ANNI DI PREVISIONE ";
150 INPUT N
160 Q1 = 1 + .01 * Q
170 T1 = Q1 * (1 + .01 * T)
180 PRINT
190 PRINT "ANNO","VOLUME","CIFRE D'AFFARI"
200 PRINT
210 PRINT A,V,C
220 FOR I = 1 TO N
230   A = A + 1
240   V = V * Q1
250   C = C * T1
260   PRINT A,V,C
270 NEXT I
280 END

```

Figura 6.3

**Esempio di esecuzione:**

```

IMPOSTARE ANNO, VOLUME E CIFRE D'AFFARI ?1978,100,15000
IMPOSTARE L'AUMENTO IN VOLUME E RIALZO DEL PREZZO ?5,10
IMPOSTARE NUMERO DEGLI ANNI DI PREVISIONE ?6

```

ANNO	VOLUME	CIFRE D'AFFARI
1978	100	15000
1979	105	17325
1980	110,25	20010,375
1981	115,7625	23111,9831
1982	121,550625	26694,3405
1983	127,628156	30831,9633
1984	134,009564	35610,9176

Figura 6.4

**Nota:** In pratica sarà interessante utilizzare le istruzioni PRINT USING e IMAGE al fine di ottenere una migliore presentazione dei risultati.

## 6.2 RIMBORSO DI UN CAPITALE

Il rimborso di un capitale può essere fatto in molti modi. Qui vengono presentati due metodi relativamente semplici e vengono date delle indicazioni concernenti possibili variazioni.

### 6.2.1 Primo metodo di rimborso

Un capitale  $C$  è rimborsato in  $N$  anni. Alla fine di ogni anno viene rimborsata la

stessa frazione del capitale  $C/N$  e gli interessi corrispondenti alla frazione del capitale che non è stato ancora rimborsato.

Esempio: capitale  $C$   
numero degli anni  $N$   
tasso  $T$

alla fine del primo anno si rimborsa:  $C/N + C \times T$

alla fine del secondo anno si rimborsa:  $C/N + C - C/N \times T$

e così di seguito...

Scrivere un programma che effettui questi calcoli e che stampi anche la somma dei rimborsi.

*Soluzione:* Si utilizzeranno prima le seguenti variabili:

$R1 = C/N$  rappresenta la parte del capitale rimborsato ogni anno,  
 $I$  importo dell'interesse versato ogni anno,  
 $R2$  importo del rimborso annuale,  
( $R2 = R1 + I$ )

Per calcolare  $I$ , è necessario conoscere il capitale sul quale vanno conteggiati gli interessi. Sia  $Y$  questo capitale; alla partenza  $Y$  è uguale a  $C$  e ogni anno, è necessario togliere da  $Y$  la quantità  $R1$  rimborsata. Questo conduce allo schema seguente:

Calcoli preliminari	{	$T = T / 100$ poichè $T$ è dato in %
		$R1 = C/N$
		$Y = C$
poi per ciascun anno		$I = Y \times T$
		$R2 = R1 + I$
		$Y = Y - R1$

Per calcolare la somma totale rimborsata, vi sono due possibili metodi:

- effettuare il cumulo dei rimborsi: all'inizio  $Q = 0$ ,  
effettuare il cumulo a ogni rimborso  $Q = Q + R2$
- effettuare il cumulo degli interessi: all'inizio  $Q = C$ ,  
a ogni rimborso effettuare il cumulo  $Q = Q + I$ ,

dal punto di vista teorico i due metodi sono identici. Ma in pratica, il primo metodo permette di tener conto con maggior precisione degli arrotondamenti.

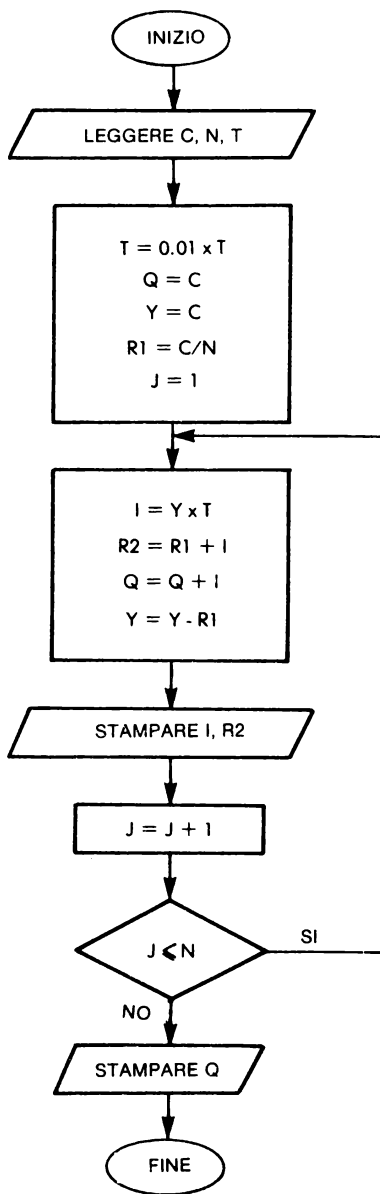


Figura 6.5

```

100 REM PROGRAMMA DI CALCOLO ANNUALITA' . IN
110 REM QUESTO PROGRAMMA, IN CIASCUN ANNO
115 REM SI RIMBORSA LA STESSA FRAZIONE DEL CAPITALE.
120 INPUT "IMPOSTARE CAPITALE, TASSO E NUMERO ANNI ";C,T,N
130 T = T * 0,01
140 Q = C:Y = C
150 R1 = C / N
160 PRINT
170 PRINT "NUMERO INTERESSE MONTANTE"
180 FOR J = 1 TO N
190 I = Y * T
200 R2 = R1 + I
210 Q = Q + I
220 Y = Y - R1
230 PRINT J; TAB( 9);I; TAB( 20);R2
240 NEXT J
250 PRINT : PRINT "SOMMA TOTALE RIMBORSATA = ";Q
260 END

```

Figura 6.6

Esempio di esecuzione:

IMPOSTARE CAPITALE, TASSO E NUMERO ANNI 10000,10,10

NUMERO	INTERESSE	MONTANTE
1	1000	2000
2	900	1900
3	800	1800
4	700	1700
5	600	1600
6	500	1500
7	400	1400
8	300	1300
9	200	1200
10	100	1100

SOMMA TOTALE RIMBORSATA = 15500

IMPOSTARE CAPITALE, TASSO E NUMERO ANNI 10000,12,7

NUMERO	INTERESSE	MONTANTE
1	1200	2628,57143
2	1028,57143	2457,14286
3	857,142857	2285,71429
4	685,714286	2114,28571
5	514,285714	1942,85714
6	342,857143	1771,42857
7	171,428571	1600

SOMMA TOTALE RIMBORSATA = 14800

Figura 6.7

### 6.2.2 Rimborso con mensilità costanti

Un capitale  $C$  è stato prestato a un tasso annuale  $T1$ . Ogni mese si rimborsa la stessa somma. Sapendo che con  $N$  mensilità si deve rimborsare tutto, calcolare l'importo della mensilità e su domanda dell'utilizzatore la ripartizione del capitale rimborsato, e di quanto pagato per gli interessi.

Per questo si opererà nel seguente modo:

- calcolo del tasso equivalente  $T1$  (corrisponde al tasso mensile). Questo tasso  $T1$  è definito con  $(1 + T1)^{12} = 1 + T$ .

da cui, estrapolando, si ricava:

$$T1 = (1 + T)^{1/12} - 1$$

se  $T$  è dato in percentuale, sarà necessario a priori dividerlo per cento.

E' da notare che sovente le banche applicano una formula che è loro più favorevole:

$$T1 \text{ mensile} = \frac{T \text{ annuale}}{12}$$

- calcolo dell'importo della mensilità per  $M = C \frac{T1(1 + T1)^N}{(1 + T1)^N - 1}$
- calcolo eventuale del dettaglio.

La parte del capitale rimborsata si ottiene con un ragionamento molto semplice:

per la prima mensilità, la quota interesse è:  $C \times T1$ ,

dunque il capitale rimborsato è:  $M - C \times T1$ ,

il capitale restante  $C - (M - C \times T1)$  servirà per il calcolo degli interessi della seconda mensilità e così di seguito.

*Enunciazione del problema:* Scrivere un programma che:

- legga i dati:
  - capitale,
  - tasso annuale espresso in percentuale
  - numero delle mensilità;
- faccia i calcoli e stampi:
  - tasso equivalente,
  - importo delle mensilità,
  - somma totale rimborsata;
- domandi all'utilizzatore se desidera il dettaglio dei rimborsi e se sì, i numeri della prima e dell'ultima mensilità per le quali si desidera il dettaglio.

*Soluzione:* L'inizio del programma deriva dall'enunciazione e dalle formule date a condizione di:

- leggere  $T$  in percentuale,

- calcolare  $T = T/100$ ,
- verificare il valore  $T1$  ottenuto, ma stampare  $100 \times T1$  per darlo in percentuale.

Per la seconda parte verrà disegnato un flow-chart nel quale A e B rappresentano i numeri rispettivamente della prima e dell'ultima mensilità per le quali si desiderano i dettagli.

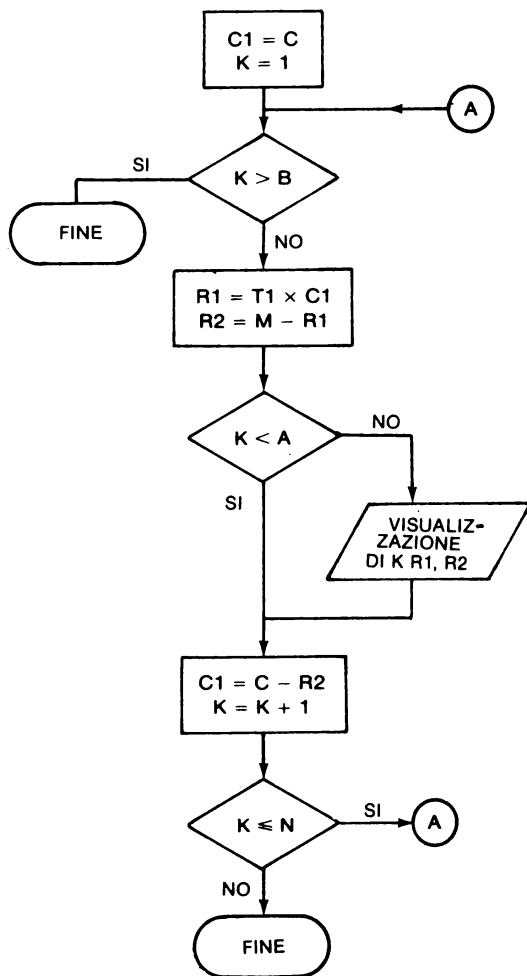


Figura 6.8

$C1$  rappresenta la parte del capitale non ancora rimborsato. In questo flow-chart (Fig. 6.8), è stato previsto un loop per  $K$  da 1 a  $N$  per eventuali estensioni. Se ci si



limita al problema esposto è sufficiente prevedere un loop per K che varia da 1 a B, il che permette di sopprimere il test  $K > B$ .

```

100 REM CALCOLO DELLE MENSILITA' PER RIMBORSARE UN CAPITALE
110 INPUT "MONTANTE DEL CAPITALE PRESTATO: ";C
120 INPUT "TASSO ANNUALE IN % : ";T
130 INPUT "NUMERO DELLE MENSILITA' : ";N
140 T1 = (1 + T / 100) ^ (1 / 12) - 1
150 M = C * T1 / (1 - (1 + T1) ^ (- N))
160 PRINT
170 PRINT "TASSO EQUIVALENTE = ";100 * T1;" %"
180 PRINT
190 PRINT "MONTANTE DI OGNI MENSILITA' = "M
200 PRINT
210 PRINT "SOMMA TOTALE RIMBORSATA = "M * N
220 PRINT
230 INPUT "VOLETE IL DETTAGLIO DI ALCUNE MENSILITA' ? ";R$
240 IF R$ < > "SI" THEN STOP
250 INPUT "NUMERI DELLE MENSILITA' ? ";W,B
260 PRINT "NUMERO","INTERESSE","AMMORTAMENTO"
270 PRINT :C1 = C
280 FOR K = 1 TO N
290 IF K > B THEN 350
300 R1 = T1 * C1;R2 = M - R1
310 IF K < W THEN 330
320 PRINT K,R1,R2
330 C1 = C1 - R2
340 NEXT K
350 END

```

Figura 6.9

Esempio di esecuzione:

```

MONTANTE DEL CAPITALE PRESTATO: 33322
TASSO ANNUALE IN % : 6
NUMERO DELLE MENSILITA' : 144
TASSO EQUIVALENTE = .486755045 %
MONTANTE DI OGNI MENSILITA' =
SOMMA TOTALE RIMBORSATA = 322.438624
VOLETE IL DETTAGLIO DI ALCUNE MENSILITA' ? SI
NUMERI DELLE MENSILITA' ? 50,55
NUMERO INTERESSE AMMORTAMENTO
50 119.151941 203.286683
51 118.162433 204.276191
52 117.168108 205.270516
53 116.168943 206.269681
54 115.164915 207.273709
55 114.156 208.282624

MONTANTE DEL CAPITALE PRESTATO: 60000
TASSO ANNUALE IN % : 8.5
NUMERO DELLE MENSILITA' : 180
TASSO EQUIVALENTE = .682149362 %
MONTANTE DI OGNI MENSILITA' =
SOMMA TOTALE RIMBORSATA = 579.845213
VOLETE IL DETTAGLIO DI ALCUNE MENSILITA' ? NO
BREAK IN 240

MONTANTE DEL CAPITALE PRESTATO: 30000
TASSO ANNUALE IN % : 8
NUMERO DELLE MENSILITA' : 120
TASSO EQUIVALENTE = .643403037 %
MONTANTE DI OGNI MENSILITA' =
SOMMA TOTALE RIMBORSATA = 359.57257
VOLETE IL DETTAGLIO DI ALCUNE MENSILITA' ? NO
BREAK IN 240
43148.7084

```

Figura 6.10

### 6.3 CALCOLO DEL TASSO DI CRESCITA

Questo esercizio non dev'essere affrontato se non prima dell'esercizio sul calcolo della regressione lineare (9.3). Si conoscono le cifre d'affari degli anni precedenti di un'impresa. Si pensa che la cifra d'affari segua una legge matematica del tipo:

$$C(1 + \tau)^i$$

$\tau$  rappresenta il tasso di crescita e  $i$  l'anno corrente.

Il problema è determinare  $C$  e  $\tau$  di prevedere le cifre d'affari per gli anni futuri. Si potrà limitare la previsione a 5 anni.

*Analisi matematica:* Per risolvere questo problema si adotterà un artificio sul piano matematico al fine di renderlo più facilmente risolvibile. Si cercherà di determinare  $C$  e  $\tau$  in modo da minimizzare non:

$$\sum_i (c(1 + \tau)^i - y_i)^2$$

ma

$$\begin{aligned} Q &= \sum_i (\text{Log}[c(1 + \tau)^i] - \text{Log } y_i)^2 \\ &= \sum_i (\text{Log } c + i \text{Log}(1 + \tau) - \text{Log } y_i)^2 \end{aligned}$$

poniamo:

$$\begin{aligned} \text{Log } C &= B & \text{Log } y_i &= z_i \\ \text{Log}(1 + \tau) &= A \end{aligned}$$

E' necessario minimizzare la quantità  $Q$  data con:

$$Q = \sum (B + iA - z_i)^2$$

Questo ci riporta al problema della regressione lineare esposta nel Capitolo 9.3.

*Problema:* Partendo dal programma dato nel Capitolo 9.3, costruire un programma che calcoli il tasso di crescita  $\tau$  ed effettui una previsione per i cinque anni futuri.

In questo programma  $\tau$  sarà rappresentato dalla variabile  $TO$ . Si supporrà che gli anni siano immagazzinati in una tabella  $T$  e le cifre d'affari in una tabella  $X$ .

*Soluzione:* Questo programma comporta tre parti distinte:

— lettura dei dati  $N$ , tabelle  $T(I)$  e  $X(I)$  e costruzione della tabella  $Y$  come:  
 $Y(I) = \text{Log}(X(I))$

- richiamo della subroutine che effettua la regressione lineare e calcola dei coefficienti C e TO. Partendo da A e B dati dalla subroutine, si ottengono questi coefficienti:

$$C = e^B \text{ et } TO = e^A - 1$$

- stampa di TO e dei risultati:

- Per ogni anno conosciuto, cifra d'affari vera e cifra d'affari stimata.
- Per ognuno dei cinque anni futuri, unicamente la cifra d'affari stimata.

Per evitare la stampa dei decimali inutili si rimpiazzerà la stampa delle cifre d'affari stimate Z con:

$$\text{INT} (100 \times Z) / 100$$

Il flow-chart generale riportato in Fig.6.11, è quindi molto semplice.

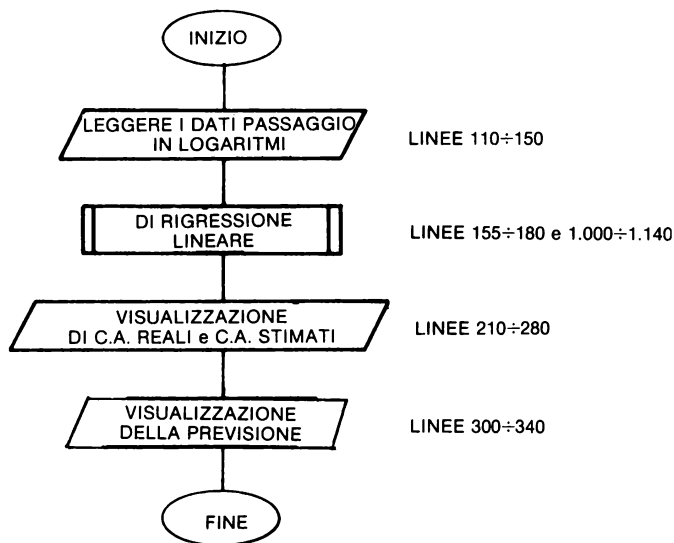


Figura 6.11

Il programma di Fig.6.12 costituisce un esempio di quanto si può scrivere, sarà possibile migliorarlo stampando:

- coefficiente di correlazione
- un intervallo stima per la previsione che sarà utile ma complicherà il programma.

**Attenzione:** Una tale previsione non può essere utilizzata in pratica senza precauzioni. In effetti la cifra d'affari di un'impresa dipende da numerosi fattori in modo particolare, dalla congiuntura economica e dalla concorrenza, e questi fattori possono influenzare notevolmente le realizzazioni future.

```

100 DIM T(15),X(15),Y(15)
110 READ N
120 FOR I = 1 TO N
130   READ T(I),X(I)
140   Y(I) = LOG (X(I))
150 NEXT I
155 N0 = T(1)
160 GOSUB 1000
170 C = EXP (B)
180 T0 = EXP (A) - 1
190 PRINT "TASSO STIMATO = ";100 * T0
200 PRINT
210 T2 = 1 + T0
220 PRINT "ANNO","ATTUALE","PREVISTO"
230 PRINT
240 Z = C
260 FOR I = 1 TO N
280   PRINT T(I),X(I), INT (100 * Z) / 100
285   Z = Z * T2
290 NEXT I
300 FOR I = 1 TO 5
310   T3 = T(N) + I
320   Z = Z * T2
330   PRINT T3, INT (100 * Z) / 100
340 NEXT I
400 DATA 6
410 DATA 1975,99.2,1976,110,1977,121.3
420 DATA 1978,133.1,1979,146.3
430 DATA 1980,160
500 STOP
1000 U1 = 0
1010 U2 = 0
1020 V1 = 0:V2 = 0
1040 W = 0
1050 FOR I = 1 TO N
1055   T4 = T(I) - N0
1060   U1 = U1 + T4
1070   V1 = V1 + Y(I)
1080   U2 = U2 + T4 * T4
1090   V2 = V2 + Y(I) * Y(I)
1100   W = W + T4 * Y(I)
1110 NEXT I
1120 A = (W - U1 * V1 / N) / (U2 - U1 * U1 / N)
1130 B = (V1 - A * U1) / N
1140 RETURN
1150 END

```

**Figura 6.12**

**Esempio di esecuzione:**

```

TASSO STIMATO = 10.0084655

```

ANNO	ATTUALE	PREVISTO
1975	99.2	99.74
1976	110	109.75
1977	121.3	120.73
1978	133.1	132.82
1979	146.3	146.11
1980	160	160.73
1981	194.52	
1982	213.97	
1983	235.4	
1984	258.96	
1985	284.88	

BREAK IN 500

**Figura 6.13**

## 6.4 CALCOLO DELL'AMMONTARE DELLE IMPOSTE

Supponiamo di voler calcolare a quanto ammontano le tasse dovute da un semplice salariato e supponiamo che la legge fiscale preveda quanto segue:

- Determinazione del reddito imponibile poi calcolo del quoziente familiare. Questo reddito imponibile è definito da  $R = 0,72 \times \text{reddito netto} + \text{pensione} - \text{deduzioni}$ .

Il quoziente familiare è dato da:  $Q = R/N$ , con N il numero dei componenti la famiglia.

- Calcolo dell'importo d'imposta; sono possibili due metodi:
  - l'applicazione di una formula diretta,
  - il calcolo per passi successivi utilizzando la tecnica degli scaglioni tariffari,
    - calcolo dell'imposta relativa ad ogni scaglione
    - cumulo
    - poi moltiplicazione per il numero dei componenti
- Si deducono in seguito dall'importo lordo alcune eventuali voci per ottenere l'importo netto.

Per i redditi incassati nel corso dell'anno la tabella di Fig.6.14 indica gli ipotetici scaglioni tariffari.

REDDITO IN MILIONI	ALIQUOTE
7.925	0%
8.300	5%
9.925	10%
15.700	15%
20.625	20%
25.925	25%
31.350	30%
36.175	35%
62.600	40%
86.125	45%
105.950	50%
125.050	55%
oltre	60%

Figura 6.14

*Esempio:* Supponiamo che una famiglia composta da tre persone abbia incassato redditi per 130.000.000 di lire. Questa famiglia può dedurre 5.000.000 di lire rappresentati dagli interessi di un prestito contratto per l'acquisto di una casa.

Reddito imponibile:  $0,72 \times 130.000.000 - 5.000.000 = 88.600.000$

Quoziente familiare:  $88.600.000/3 = 29.533.000$

Importo d'imposta:

$$(8.300.000 - 7.925.000) \times 5 / 100 = 18.750$$

$$(9.925.000 - 8.300.000) \times 10 / 100 = 162.500$$

$$(15.700.000 - 9.925.000) \times 15 / 100 = 866.250$$

$$(20.625.000 - 15.700.000) \times 20 / 100 = 985.000$$

$$(25.925.000 - 20.625.000) \times 25 / 100 = 1.325.000$$

$$(29.533.000 - 25.925.000) \times 30 / 100 = 1.082.400$$

TOTALE ..... 4.439.900

Questo importo moltiplicato per i componenti dà:  $4.439.900 \times 3 = 13.319.700$

Da questa somma si potrà dedurre un eventuale "avere fiscale". Si constati che questa famiglia raggiunge lo scaglione tariffario del 30%.

*Problema:* Il fine di questo esercizio è evidentemente la scrittura di un programma che, partendo da alcuni dati, calcoli l'importo dell'imposta sul reddito. Si propone di seguire i passi sotto indicati:

- precisare il metodo in modo da ridurre il numero degli scaglioni (scaglione con tasso 0) al fine di ottenere 12 scaglioni utili,
- costruire in seguito il flow-chart di dettaglio unicamente per la parte calcolo dell'imposta,
- scrivere un programma che chiama un sottoprogramma per la lettura degli scaglioni e delle percentuali e un altro sottoprogramma per il calcolo del montante d'imposta.

*Soluzione:* Siano F e T due tabelle contenenti rispettivamente i valori "più bassi" degli scaglioni tariffari e le relative aliquote. Non si è interessati allo scaglione 0% quindi si avrà:

$$\begin{aligned} F(1) &= 7\,925 \\ T(1) &= 0,05 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(12) &= 125\,050 \\ T(12) &= 0,6 \end{aligned}$$

Se  $Q \leq F(1)$  nessuna imposta,

se  $F(1) < Q \leq F(2)$  si calcolerà  $S = (Q - F(1)) \times T(1)$

— in generale, se  $F(K-1) < Q \leq F(K)$  si calcolerà:

$$S = (Q - F(K-1)) \times T(K-1) + \sum_{I=2}^{K-1} (F(I) - F(I-1)) \times T(I-1)$$

Questo porta alla parte di flow-chart in Fig.6.15.

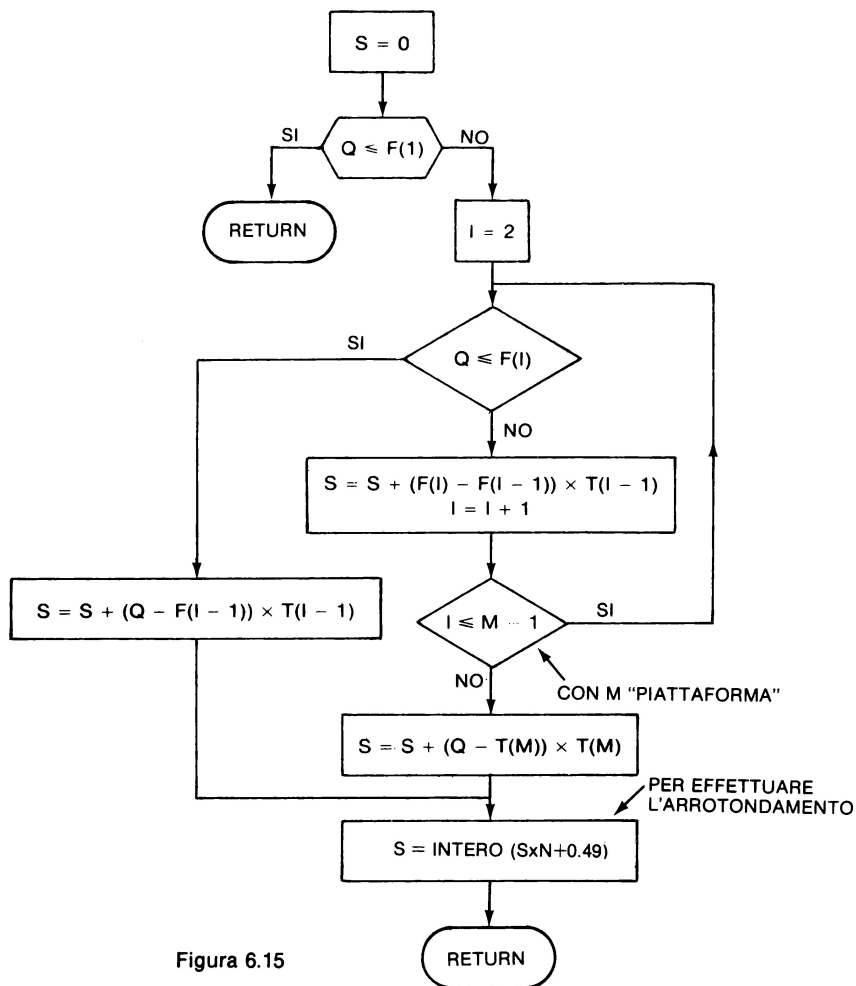


Figura 6.15

E' necessario ora scrivere un programma che sia facilmente adattabile alla modifica degli scaglioni:

— il sottoprogramma di lettura (linee 1000 - 1170) legge il numero degli scaglioni M poi le coppie  $F(I)$  e  $T(I)$

— il sottoprogramma di calcolo (linee 1200 - 1290) corrisponde al flow-chart di Fig.6.15.

Il programma principale è quindi molto corto: pone le domande necessarie e verifica che i dati impostati siano corretti. Calcola in seguito il reddito imponibile e il quoziente familiare poi chiama il sottoprogramma per il calcolo delle tasse.

```

80 DIM F(15),T(15)
90 GOSUB 1000
100 INPUT "IMPOSTARE IL REDDITO NETTO ";R1
110 IF R1 < 0 THEN 100
120 INPUT "IMPOSTARE IL MONTANTE DELLA PENSIONE ";P
130 IF P < 0 THEN 120
140 INPUT "IMPOSTARE IL MONTANTE DELLE DEDUZIONI ";D
150 IF D < 0 THEN 140
160 R = .72 * R1 + P - D
170 INPUT "IMPOSTARE IL N. DEI COMPONENTI ";N
180 IF N < 0 OR N < > INT (N) THEN 170
190 Q = R / N
200 PRINT : PRINT "REDDITO IMPONIBILE = ";R
205 PRINT "QUOZIENTE FAMILIARE = ";Q
210 GOSUB 1200
220 PRINT "MONTANTE DELLE IMPOSTE = ";S
230 STOP
990 REM SOTTOPROGRAMMA DI LETTURA DEGLI SCAGLIONI E DEI TASSI
1000 READ M
1010 FOR I = 1 TO M
1020 READ F(I),A:T(I) = .01 * A
1030 NEXT I
1040 RETURN
1050 DATA 12
1060 DATA 7925,5
1070 DATA 8300,10
1080 DATA 9925,15
1090 DATA 15700,20
1100 DATA 20625,25
1110 DATA 25925,30
1120 DATA 31350,35
1130 DATA 36175,40
1140 DATA 62600,45
1150 DATA 86125,50
1160 DATA 105950,55
1170 DATA 125050,60
1200 S = 0: IF Q < = F(1) THEN RETURN
1210 FOR I = 2 TO M - 1
1220 IF Q < F(I) THEN 1270
1230 S = S + (F(I) - F(I - 1)) * T(I - 1)
1240 NEXT I
1250 S = S + (Q - F(M)) * T(M)
1260 GOTO 1280
1270 S = S + (Q - F(I - 1)) * T(I - 1)
1280 S = INT (N * S + .49)
1290 RETURN

```

Figura 6.16

Esempio di esecuzione:

```

IMPOSTARE IL REDDITO NETTO 1000000
IMPOSTARE IL MONTANTE DELLA PENSIONE 0
IMPOSTARE IL MONTANTE DELLE DEDUZIONI 0
IMPOSTARE IL N. DEI COMPONENTI 1
REDDITO IMPONIBILE = 720000
QUOZIENTE FAMILIARE = 720000
MONTANTE DELLE IMPOSTE = 394712
BREAK IN 230

```

Figura 6.17



## 6.5 INCIDENZA DI UNA REDDITO SUL POTERE D'ACQUISTO

Il potere di acquisto di una famiglia può essere definito dal reddito netto meno le spese fisse imposte (spese professionali, rimborsi di prestito per l'acquisto di una casa, imposte da pagare). Poichè in Italia le imposte sono pagate con un ritardo medio di un anno, si può considerare la loro incidenza sul potere d'acquisto leggermente più bassa poichè in questo periodo è possibile accumulare degli interessi, è sufficiente porre:

$$\frac{C}{1 + U} \quad \text{con } U \text{ è il tasso d'interesse}$$

per poter pagare con un anno di ritardo la somma C. Il tasso U dipende dall'utilizzatore.

*Problema:* Completare il programma precedente in modo che venga stampato il tasso dello scaglione più elevato per il quale il contribuente deve pagare delle imposte e poi che, a partire da un reddito addizionale netto (supposto senza spese) e da un tasso di interesse, calcoli l'aumento reale del potere di acquisto.

Per questo esercizio, si supporrà che il supplemento d'imposta è pagato in media un anno dopo aver incassato il reddito addizionale.

Si deve riflettere sulle condizioni di validità del programma e su altre modifiche per migliorare le condizioni di validità.

*Soluzione:* Il flow-chart generale del programma è molto "lineare", poichè non vi sono loop di calcolo e "calcoli iterativi" etc.

Poichè si farà due volte il calcolo dell'importo delle imposte, è consigliabile chiamare in questo caso una subroutine di calcolo.

Partendo dal programma precedente è sufficiente aggiungere una parte che legga il reddito addizionale, lo incorpori nel reddito precedente al fine di permettere un nuovo calcolo delle imposte dovute. In seguito, si calcoli l'interesse rappresentato dalla differenza tra i due importi che si suppone investiti durante l'anno, al tasso dato U dall'utilizzatore.

Si può infine calcolare il potere d'acquisto addizionale che è uguale a:

reddito supplementare — supplemento di imposta + interesse

*Critica:* In questo programma si suppone che il reddito addizionale non dia luogo a delle spese supplementari non deducibili (esempio: asilo d'infanzia, riduzione dell'ammontare degli assegni familiari, etc.). Se è così, sarà sufficiente dedurre dal potere d'acquisto addizionale, dato dal programma, l'ammontare delle spese supplementari o la riduzione degli assegni, per ottenere l'aumento reale del potere d'acquisto.

```

10 REM PROGRAMMA DI CALCOLO DEL MONTANTE DELL'IMPOSTA SUL REDDITO
20 REM DELLE PERSONE FISICHE
30 REM IL SOTTOPROGRAMMA LINEE 990-1170 LEGGE GLI SCAGLIONI E I TASSI
40 REM E' NECESSARIO MODIFICARLO QUANDO CAMBIA L'ANNO
80 DIM F(15),T(15)
90 GOSUB 1000: PRINT "IMPOSTA SUL REDDITO DELL'ANNO ";A9: PRINT
100 INPUT "IMPOSTARE IL REDDITO NETTO ";R1
110 IF R1 < 0 THEN 100
120 INPUT "IMPOSTARE IL MONTANTE DELLA PENSIONE ";P
130 IF P < 0 THEN 120
140 INPUT "IMPOSTARE IL MONTANTE DELLE DEDUZIONI ";D
150 IF D < 0 THEN 140
160 R = .72 * R1 + P - D:R2 = R
170 INPUT "IMPOSTARE IL N. DEI COMPONENTI ";N
180 IF N < 0 OR N < > INT (N) THEN 170
190 Q = R / N
200 PRINT : PRINT "REDDITO IMPONIBILE = ";R
205 PRINT "QUOZIENTE FAMILIARE = ";Q
210 GOSUB 1200
220 PRINT "ENTRATE NELLO SCAGLIONE AL ";T1;" %"
230 PRINT "IL MONTANTE DELLE VS. IMPOSTE E' ";S
240 L = R1 + P - D - S:S1 = S
250 PRINT "DISPONETE DI ";L;" PER VIVERE"
260 PRINT
270 INPUT "QUAL'E' IL MONTANTE DI UN REDDITO ADDIZIONALE ";A
275 IF A < = 0 THEN 500
280 R = R2 + .72 * A:Q = R / N
290 PRINT "NUOVO REDDITO IMPONIBILE = ";R
300 PRINT "NUOVO QUOZIENTE FAMILIARE = ";Q
310 GOSUB 1200
320 PRINT "NUOVO MONTANTE DELLE IMPOSTE = ";S
325 PRINT "A QUALE TASSO POTETE PIAZZARE LA SOMMA CHE RAPPRESENTA IL "
330 INPUT "SUPPLEMENTO DI IMPOSTA CHE PAGHERETE L'ANNO SUCCESS. ";U
335 L1 = A + S1 - S + 0.01 * U * (S - S1)
340 PRINT "DISPONETTE INFATTI DI UN POTERE DI ACQUISTO ADD. DI ";
345 PRINT L1
500 INPUT "ALTRO CASO DA TRATTARE ";R$
510 IF R$ < > "SI" THEN STOP
520 PRINT : GOTO 100
980 STOP

990 REM SOTTOPROGRAMMA DI LETTURA DEGLI SCAGLIONI E DEI TASSI
1000 READ M,A9
1010 FOR I = 1 TO M
1020 READ F(I),A:T(I) = .01 * A
1030 NEXT I
1040 RETURN
1050 DATA 12,1978
1060 DATA 7925,5,8300,10
1080 DATA 9925,15,15700,20
1100 DATA 20625,25,25925,30
1120 DATA 31350,35,36175,40
1140 DATA 62600,45,86125,50
1160 DATA 105950,55,125050,60

1200 S = 0:T1 = 0: IF Q < = F(1) THEN RETURN
1210 FOR I = 2 TO M - 1
1220 IF Q < F(I) THEN 1270
1230 S = S + (F(I) - F(I - 1)) * T(I - 1)
1240 NEXT I
1250 S = S + (Q - F(M)) * T(M)
1260 GOTO 1280
1270 S = S + (Q - F(I - 1)) * T(I - 1)
1280 S = INT (N * S + .49):T1 = 100 * T(I - 1)
1290 RETURN

```

Figura 6.18

*Nota:* In questo programma, la barra obliqua / separa più istruzioni sulla stessa linea.

## Esempio di esecuzione:

```
IMPOSTA SUL REDDITO DELL'ANNO 1978
IMPOSTARE IL REDDITO NETTO 10000000
IMPOSTARE IL MONTANTE DELLA PENSIONE 500000
IMPOSTARE IL MONTANTE DELLE DEDUZIONI 180000
IMPOSTARE IL N. DEI COMPONENTI 4
REDDITO IMPONIBILE = 7520000
QUOZIENTE FAMILIARE = 1880000
ENTRATE NELLO SCAGLIONE AL 55%
IL MONTANTE DELLE VS. IMPOSTE E' 4362850
DISPONETE DI 5957150 PER VIVERE
QUAL'E' IL MONTANTE DI UN REDDITO ADDIZIONALE 3000000
NUOVO REDDITO IMPONIBILE = 9680000
NUOVO QUOZIENTE FAMILIARE = 2420000
NUOVO MONTANTE DELLE IMPOSTE = 5658850
A QUALE TASSO POTETE PIAZZARE LA SOMMA CHE RAPPRESENTA IL
SUPPLEMENTO DI IMPOSTA CHE PAGHERETE L'ANNO SUCCESS. SI
?REENTER
SUPPLEMENTO DI IMPOSTA CHE PAGHERETE L'ANNO SUCCESS. 1650000
DISPONETTE INFATTI DI UN POTERE DI ACQUISTO ADD. DI 2.1385704E+10
ALTRO CASO DA TRATTARE 1210000
BREAK IN 510
```

Figura 6.19



## CAPITOLO 7

# GIOCHI

### 7.0 INTRODUZIONE

I giochi intellettuali che hanno luogo tra l'essere umano e il calcolatore interessano molte persone: i giovani per l'aspetto "gioco", i meno giovani per l'aspetto competizione contro questa macchina così rapida e gli specialisti che fanno ricerche sulle strategie.

L'esperienza mostra che la scrittura dei programmi di giochi costituisce, in generale, un lavoro lungo e difficile che non è, salvo casi eccezionali, alla portata del principiante. Questo è evidentemente il caso del gioco degli scacchi, ma per dei giochi più semplici si constata che il programma è piuttosto lungo e che le prestazioni del calcolatore non sono sempre buone.

Esistono dei giochi la cui programmazione è molto facile, o perchè non vi sono strategie da implementare (esempio il gioco alto-basso), o perchè la strategia è molto semplice (esempio il gioco di Marienbad).

Nel momento in cui le strategie si complicano il programma inevitabilmente si complica.

I tre giochi qui presentati sono particolarmente facili dal punto di vista della programmazione.

### 7.1 UN GIOCO: ALTO-BASSO

*Prima parte:* Bisogna trovare un numero intero  $N$  posto tra 0 e  $A$ , scelto a caso dal calcolatore. Quanto s'impone un numero  $X$ , il calcolatore lo confronta con il numero da trovare  $N$ .

- se  $X = N$  il calcolatore stampa INDOVINATO DOPO I TENTATIVI,  
dove  $I$  rappresenta il numero dei tentativi effettuati dal giocatore,
- se  $X < N$  il calcolatore stampa E' ALTO
- se  $X > N$  il calcolatore stampa E' BASSO

*Analisi:* Per questo problema sarà necessario utilizzare 4 variabili:

A limite superiore dell'intervallo  
N numero da trovare  
X numero impostato dal giocatore  
I numero di tentativi effettuati

La variabile A non è indispensabile, ma il suo utilizzo riduce il numero delle linee da modificare se si desidera cambiare il limite superiore dell'intervallo.

La variabile I è in effetti un “contatore” che si incrementa di una unità ad ogni nuovo tentativo.

*Flow-chart:* Tra tutti i metodi possibili, il flow-chart seguente sembra essere uno dei più semplici.

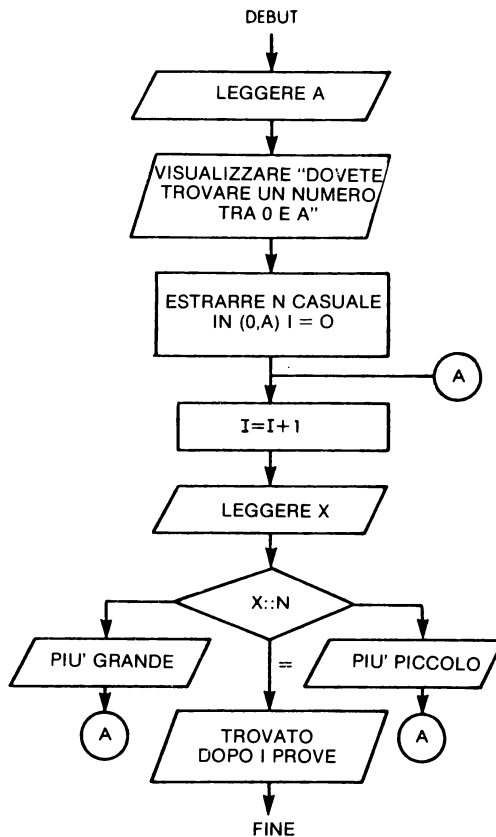


Figura 7.1

Per la programmazione, bisogna scegliere N intero casuale nell'intervallo (0, A). Per questo bisogna scrivere  $N = \text{INT}(A \times \text{RND}(X))$ . Questo metodo di scrittura può cambiare in minima parte da un sistema all'altro.

```

100 REM CALCOLO DELLE MENSILITA' PER RIMBORSARE UN CAPITALE
110 INPUT "MONTANTE DEL CAPITALE PRESTATO: ";C
120 INPUT "TASSO ANNUALE IN %           ";T
130 INPUT "NUMERO DELLE MENSILITA'      ";N
140 T1 = (1 + T / 100) ^ (1 / 12) - 1
150 M = C * T1 / (1 - (1 + T1) ^ (- N))
160 PRINT
170 PRINT "TASSO EQUIVALENTE = ";100 * T1;" %"
180 PRINT
190 PRINT "MONTANTE DI OGNI MENSILITA' = "; TAB( 35);M
200 PRINT
210 PRINT "SOMMA TOTALE RIMBORSATA   = "; TAB( 33);M * N
220 PRINT
230 INPUT "VOLETE IL DETTAGLIO DI ALCUNE MENSILITA' ? ";R$
240 IF R$ < > "SI" THEN STOP
250 INPUT "NUMERI DELLE MENSILITA' ? ";W,B
260 PRINT : PRINT "NUMERO "; TAB( 8);" INTERESSE"; TAB( 23);"AMMORTAMENTO
    "

```

Figura 7.2

*Seconda parte:* Giocando ci si accorge che bisogna fare un piccolo sforzo per ricordare in quale intervallo si trova il numero, poichè, normalmente, questo intervallo diventa più piccolo. Per aiutare il giocatore, il calcolatore può ricordargli, dopo ogni tentativo errato, quali sono i limiti del nuovo intervallo.

*Analisi:* Per questo miglioramento saranno necessarie due nuove variabili C e D che rappresentano i limiti dell'intervallo.

Inizialmente  $C = 0$  e  $D = A$ ,

dopo un tentativo errato:

```

se  $X < N$    porre  $C = \text{MAX}(C,X)$ 
se  $X > N$    porre  $D = \text{MIN}(D,X)$ 

```

rigorosamente, se si ha la certezza che il giocatore non imposterà mai un numero superiore all'intervallo, sarà sufficiente porre  $C = X$  e  $D = X$ .

L'ordine di stampa diventa lo stesso in ogni caso errato poichè è sufficiente dare i limiti di intervallo.

*Flow-chart:* E' di immediata realizzazione sulla base del precedente.

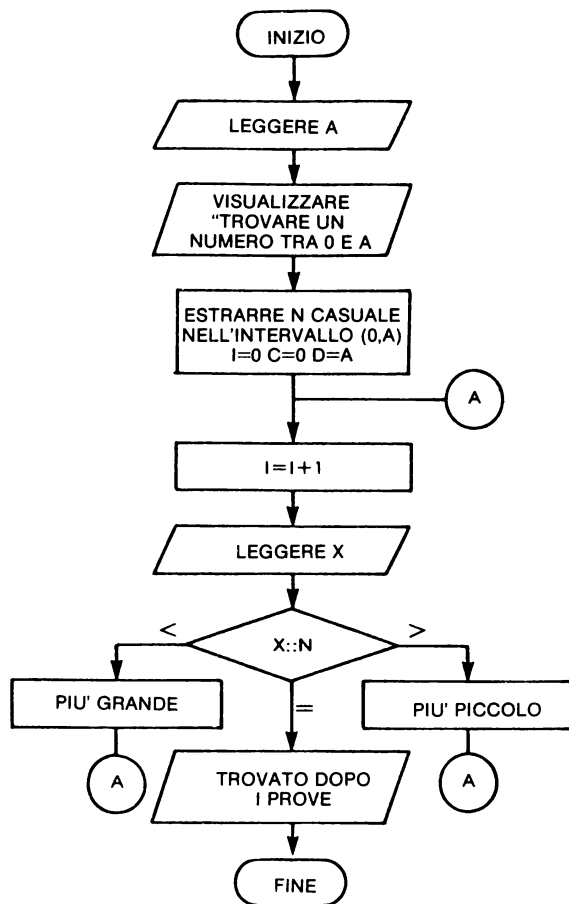


Figura 7.3

*Terza parte:* Un buon metodo per raggiungere rapidamente il numero cercato è quello di provare, a ogni tentativo, un numero che si trovi nel mezzo dell'intervallo.

Piuttosto che fare questo calcolo a mente è possibile modificare il programma per rendere automatica questa operazione.

*Analisi:* E' sufficiente nell'istruzione di stampa aggiungere il valore di  $(C + D)/2$ . Non vi è dunque alcuna modifica da apportare al flow-chart.



### *Programma:*

```
10 INPUT "IMPOSTARE IL NUMERO MASSIMO ";A
20 PRINT
30 PRINT "DOVETE TROVARE UN NUMERO COMPRESO TRA 0 E ";A
40 PRINT
50 PRINT "IMPOSTARE IL TENTATIVO "
60 N=INT(A*RND(X))
70 I=0 : C=0 : D=A
80 I=I+1
90 INPUT X
100 IF X=N THEN GOTO 130
110 IF X<N THEN GOTO 112 ELSE GOTO 116
112 IF X>C THEN C=X : GOTO 118
116 IF X<D THEN D=X
118 PRINT "TRA ";C;" E ";D;" META' = ";(C+D)/2
120 GOTO 80
130 PRINT "INDOVINATE DOPO ";I;" TENTATIVI"
140 END
```

Figura 7.4

*Quarta parte:* Partendo dal momento in cui il giocatore introduce il numero suggerito dal programma, si può far giocare la macchina contro se stessa, in questo caso il giocatore diviene spettatore.

*Analisi:* Il flow-chart sarà di poco modificato, l'istruzione di lettura di X sarà rimpiazzata da  $X = \text{INT}((C + D) / 2)$  o da

$$X = \text{INT}((C + D + 1) / 2)$$

e l'istruzione che stampa i limiti dell'intervallo potrà essere soppressa. Invece se si desiderano conoscere i tentativi effettuati dalla macchina, sarà necessario inserire un'istruzione di stampa X.

*Commento:* In questo programma utilizzando il video la visualizzazione si effettua con una cadenza molto rapida. Per dare all'utilizzatore il tempo di leggere, è stata aggiunta l'istruzione SLEEP 5, che sospende l'esecuzione per 5 secondi dopo ogni gioco. Questa istruzione, SLEEP, non è disponibile per tutti i sistemi. Si può ottenere lo stesso risultato in altri modi:

- con l'istruzione WAIT quando disponibile,
- inserendo un loop di calcolo che impedisce all'unità centrale di passare da un tentativo all'altro troppo rapidamente.

```

10 INPUT "IMPOSTARE IL NUMERO MASSIMO ";A
20 PRINT
30 PRINT "DOVETE TROVARE UN NUMERO COMPRESO TRA 0 E ";A
40 PRINT
45 SLEEP 5
50 PRINT "IMPOSTARE IL TENTATIVO "
60 N=INT(A*RND(X))
70 I=0 ; C=0 ; D=A
80 I=I+1
90 X=INT((C+D)/2)
100 IF X=N THEN GOTO 130
110 IF X<N THEN GOTO 112 ELSE GOTO 116
112 IF X>C THEN C=X ; GOTO 113
116 IF X<D THEN D=X
118 PRINT "TRA ";C;" E ";D;" META' = ";(C+D)/2
120 GOTO 80
130 PRINT "INDOVINATO DOPO ";I;" TENTATIVI"
135 GOTO 45
140 END

```

Figura 7.5

## 7.2 TROVA IL NUMERO

Questo gioco, che deriva da quello precedente, consiste nel trovare un numero scelto a caso dal computer dando una serie di intervalli (due numeri) che devono contenere il numero stesso. Il calcolatore dice:

- se il numero è stato inquadrato,
- se è più piccolo,
- se è più grande.

Per esempio se il numero da trovare fosse 55 e fossero proposti i numeri 18,24, il computer risponderebbe “PIU’ GRANDE”.

*Primo problema:* Studiare un semplice programma che permetta di giocare a questo gioco e che conti il numero dei tentativi effettuati dal giocatore.

*Secondo problema:* Proporre un programma più sofisticato che sia capace di capire se il giocatore gioca bene.

*Soluzione al primo problema:* Saranno necessarie le seguenti variabili:

- A = numero massimo dell’intervallo (1,A),
- N = numero da trovare,
- X e Y limiti dell’intervallo proposti dal giocatore,
- I contatore del numero dei tentativi

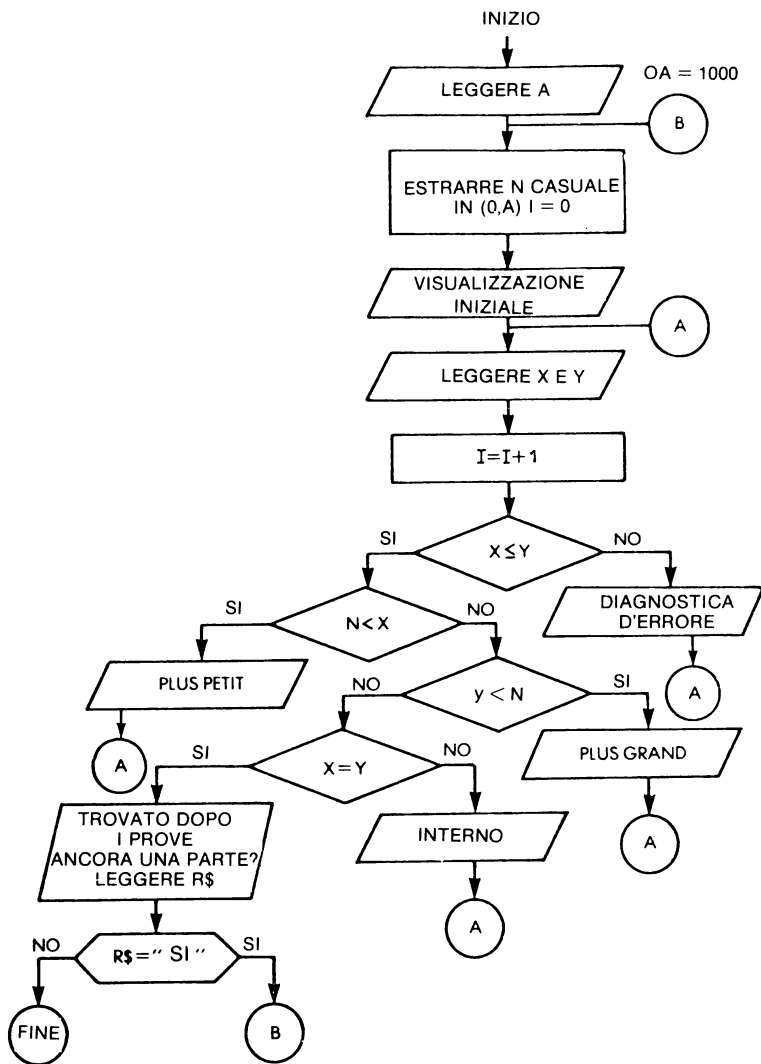


Figura 7.6

Il flow-chart di Fig.7.6 conduce facilmente al programma di Fig.7.7, come prima è possibile migliorare il programma in modo da poter suggerire al giocatore il migliore intervallo da provare e nello stesso tempo far giocare il calcolatore contro se stesso.

*NOTA:* Qui si ha l'interesse di dividere l'intervallo in tre intervalli uguali e di tentare l'intervallo centrale.

Esempio: per (0, 1000) tentare (333, 666)

Se la risposta è "Più grande" (667, 1000) provare allora l'intervallo (778, 889).

Questa strategia è la migliore poichè apporta il massimo dell'"informazione", la parola informazione è qui utilizzata in senso matematico e non informatico.

```
100 REM  TROVA IL NUMERO
110 A = 1000
115 N = INT (A * RND (1))
120 I = 0
130 PRINT "TROVARE IL NUMERO COMPRESO TRA 0 E ";A;" PER INQUADRAMENTO"
140 INPUT X,Y
145 I = I + 1
150 IF X <= Y THEN 180
160 PRINT "IL PRIMO NUMERO NON DEV'ESSERE PIU' GRANDE DEL SECONDO"
170 GOTO 140
180 IF N < X THEN 210
190 IF N > Y THEN 220
200 IF X = Y THEN 230
205 PRINT "CENTRATO "; GOTO 140
210 PRINT "PIU' PICCOLO "; GOTO 140
220 PRINT "PIU' GRANDE "; GOTO 140
230 PRINT "TROVATO DOPO ";I;" TENTATIVI "; PRINT
240 INPUT "ANCORA UNA PARTITA ";R$
250 IF R$ = "SI" THEN 115
260 END
```

Figura 7.7

Esempio di esecuzione:

```
TROVARE IL NUMERO COMPRESO TRA 0 E 1000 PER INQUADRAMENTO
?400,600
PIU' PICCOLO
?200,400
CENTRATO
?300,350
PIU' PICCOLO
?250,300
CENTRATO
?270,300
CENTRATO
?290,300
PIU' PICCOLO
?280,290
CENTRATO
?285,1
CENTRATO
?285,285
PIU' GRANDE
?287,287
PIU' GRANDE
?2878,288
IL PRIMO NUMERO NON DEV'ESSERE PIU' GRANDE DEL SECONDO
?288,288
PIU' GRANDE
?289,289
TROVATO DOPO 13 TENTATIVI
ANCORA UNA PARTITA
```

Figura 7.8

### 7.3 GIOCO DI MARIENBAD

Questo gioco molto semplice ha la particolarità di offrire una “strategia” vincente per il giocatore che muove per secondo. Le regole del gioco sono le seguenti: Si dispongono all’inizio del gioco 21 fiammiferi che potranno essere rimossi da ciascun giocatore, al proprio turno, nella misura da 1 a 4. Il giocatore costretto a prendere l’ultimo fiammifero perde.

La strategia del giocatore che gioca per secondo è di completare a 5 il numero dei fiammiferi presi dal primo giocatore. Così il primo giocatore si troverà di fronte a gruppi composti rispettivamente da 21, 16, 11, 6 e 1 fiammiferi e sarà quindi obbligato a prendere l’ultimo.

Esempio:

Giocatore 1	Giocatore 2	Resto
3	2	16
2	3	11
4	1	6
1	4	1
1 e il primo giocatore perde		

**Problema:** Costruire un programma che dia al computer il ruolo del secondo giocatore applicando quindi la strategia vincente.

Il programma dovrà cercare eventuali “imbrogli” del primo giocatore.

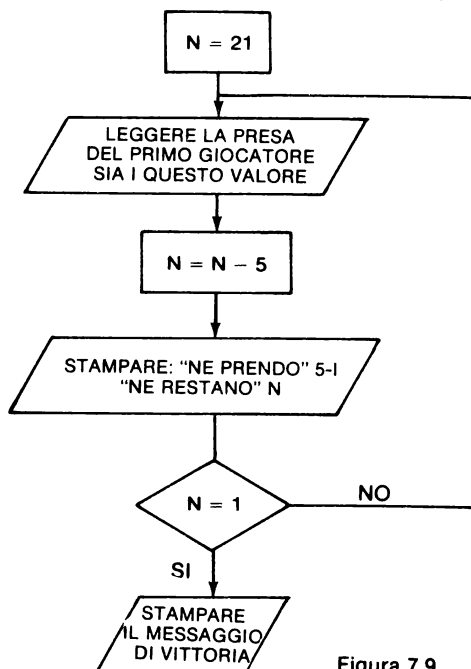


Figura 7.9

*Soluzione:* l'algoritmo può essere rappresentato con il flow chart di principio 7.9.

Per conteggiare gli eventuali "imbrogli" del primo giocatore, si aggiungeranno dei test.

- test che I è intero
- test che I è compreso tra 1 e 4

Se un test fornisce una risposta negativa, sarà necessario visualizzare un nuovo messaggio di errore e ritornare alla lettura del valore di I per poter reimpostare la giocata.

```
100 REM GIOCO DI MARIENBAD
110 REM
160 PRINT "CI SONO 21 FIAMMIFERI. CHI PRENDE"
170 PRINT "L'ULTIMO PERDE. SI GIOCA A TURNO "
175 PRINT "E SI DEVONO PRENDERE 1,2,3 O 4 "
180 PRINT "FIAMMIFERI ALLA VOLTA."
185 PRINT :N = 21
190 INPUT "QUANTI NE PRENDI ? ";I
200 IF I < > INT (I) THEN 400
210 IF I < 1 OR I > 4 THEN 430
220 N = N - I
230 PRINT "NE PRENDO ";I - 1;" NE RESTANO ";N
240 IF N > 1 THEN 190
250 PRINT "DEVI PRENDERE L'ULTIMO "
260 PRINT
270 PRINT "HO VINTO !!": PRINT
280 INPUT "ANCORA UNA PARTITA ? ";R$
290 IF R$ = "SI" THEN 185
300 STOP
400 PRINT "IL NUMERO DEV'ESSERE INTERO "
410 GOTO 190
430 PRINT "NON IMBROGLIARE !!, DEVI PRENDERE 1,2,3 O 4 FIAMMIFERI"
440 GOTO 190
```

Figura 7.10

Esempio di esecuzione:

```
CI SONO 21 FIAMMIFERI. CHI PRENDE
L'ULTIMO PERDE. SI GIOCA A TURNO
E SI DEVONO PRENDERE 1,2,3 O 4
FIAMMIFERI ALLA VOLTA.
QUANTI NE PRENDI ? 1
NE PRENDO 1 NE RESTANO 16
QUANTI NE PRENDI ? 1
NE PRENDO 1 NE RESTANO 11
QUANTI NE PRENDI ? 2
NE PRENDO 2 NE RESTANO 6
QUANTI NE PRENDI ? 4
NE PRENDO 4 NE RESTANO 1
DEVI PRENDERE L'ULTIMO
HO VINTO !!
ANCORA UNA PARTITA ? SI
QUANTI NE PRENDI ? 3
NE PRENDO 3 NE RESTANO 16
QUANTI NE PRENDI ? 2
NE PRENDO 2 NE RESTANO 11
QUANTI NE PRENDI ? 3
NE PRENDO 3 NE RESTANO 6
QUANTI NE PRENDI ? 1
NE PRENDO 1 NE RESTANO 1
DEVI PRENDERE L'ULTIMO
HO VINTO !!
ANCORA UNA PARTITA ? NO
BREAK IN 300
```

Figura 7.11

Il programma di Fig. 7.10 scritto partendo dal flow-chart 7.9 comporta i due test alle linee 200 e 210, i messaggi di errore alle linee 400 e 430 che poi rinviano alla lettura dell'input.

## 7.4 CONCLUSIONI

I tre giochi qui presentati sono molto semplici da programmare per due ragioni:

- assenza di strategia o strategia molto elementare,
- nessuna “posizione strategica da valutare” come nei giochi tipo dama o scacchi.

Per tutti i giochi che si svolgono su una “scacchiera” (OTELLO, DAMA, SCACCHI), si devono manipolare degli indici che aggiungono una complicazione supplementare alla difficoltà della strategia.

Si consiglia ai lettori interessati a questo tipo di problema, di affrontare i giochi gradatamente più complessi, per esempio seguendo la seguente progressione:

Gioco del NIM (simile al gioco di Marienbad ma con più gruppi)

Gioco del MASTER MIND.

Gioco di OTELLO implementando prima una strategia semplice poi provare a raffinarla progressivamente.





## RICERCA DEL METODO OPERATIVO

### 8.0 INTRODUZIONE

Una parte importante dei problemi di ricerca operativa porta al trattamento di grafici (Esempio: Problema del rappresentante, PERT, ricerca topologica etc.). Per questa categoria di problemi, la manipolazione degli indici è molto delicata, anche per un programmatore esperto.

Inoltre, gli indici hanno, in generale, dei valori interi e sono molto più adatti per questo tipo di problemi gli interpreti BASIC che accettano la rappresentazione intera e la rappresentazione in “virgola flottante”.

Il lettore è quindi invitato a non affrontare questa parte fino a quando non abbia acquisito una sufficiente pratica con gli esercizi precedenti.

### 8.1 RICERCA TOPOLOGICA

Siano  $T_1, T_2, \dots, T_N$  lavori da realizzare rispettando dei vincoli di precedenza: un certo numero di coppie  $(i, j)$  indicano che il lavoro  $j$  non può essere intrapreso fino a quando non è stato terminato il lavoro  $i$ ; un'ultima coppia  $(o, o)$  indica che la lista è terminata.

*Problema:* Partendo dai seguenti dati - numero dei lavori e liste di coppie  $(i, j)$  - trovare un ordine di esecuzione dei differenti lavori soddisfacendo ai vincoli di precedenza.

Per risolvere questo problema si potrà utilizzare il seguente metodo:

- una tabella  $T$  inizializzata a 0 viene modificata dalla lettura delle coppie  $(I, J)$ , quando si legge una costrizione  $(i, j)$  che significa che il lavoro  $J$  non può essere intrapreso fino quando il lavoro  $i$  non è terminato, si pone la costante 1 in  $T(I, J)$ ,
- in seguito si cerca un lavoro eseguibile che non abbia costrizioni, o le cui costrizioni siano state soddisfatte. Un lavoro  $K$  è caratterizzato da:

$$T(I, K) = 0 \text{ qualunque sia } I$$

L'esecuzione di questo lavoro  $K$  libera alcuni vincoli. Si esegue dunque:

$$T(K, J) = 0 \text{ qualunque sia } J$$

Questo lavoro può essere scelto e il suo numero può essere stampato. Per non doverlo selezionare un'altra volta si eporrà:

$$T(K, K) = 1$$

Si continua cercando un nuovo lavoro fino a che non si è terminato.

Due casi si possono allora presentare:

*Primo caso:* Si contano i lavori selezionati ed è stato possibile stampare gli  $N$  lavori. Si è dunque trovata la soluzione.

*Secondo caso:* Dopo aver fatto tutte le prove possibili, si constata che il numero di lavori stampati è inferiore a  $N$ . Il problema non ammette quindi soluzione, è necessario dunque stampare un messaggio.

Si applicherà il programma all'esempio dato dallo schema di Fig.8.1 nel quale, una freccia che va per esempio dal nodo 8 verso il nodo 5, significa che il lavoro 5 non può essere intrapreso prima che il lavoro 8 sia stato ultimato.

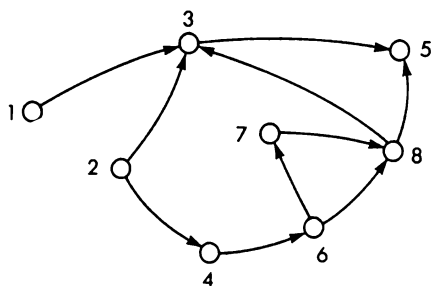


Figura 8.1

Questo esempio si concretizzerà con i dati della Fig.8.2 che segue:

1000	DATA	8
1010	DATA	1,3
1020	DATA	2,3
1030	DATA	8,3
1040	DATA	3,5
1050	DATA	4,6
1060	DATA	6,7
1070	DATA	6,8
1080	DATA	2,4
1090	DATA	8,5
1100	DATA	7,8
1110	DATA	0,0

Figura 8.2

*Soluzione:* Si scomporrà il problema in tre parti come suggerisce il seguente metodo:

- inizializzazione della tabella a 0,
- lettura dei dati e preparazione della tabella T,
- esecuzione dell'algoritmo.

Nel programma dato in Fig.8.3, queste 3 parti sono l'oggetto di tre sottoprogrammi.

Paragrafo inizializzazione a 0: per alcuni interpreti, tutte le variabili sono, all'inizio, inizializzate a 0, ma poichè questo non è prerogativa di tutti i sistemi, è preferibile farlo comunque come alle linee 500-540.

Lettura di dati e preparazione della tabella T e stampa dei dati: durante questa lettura, si verifica che i numeri dei lavori sono verosimili e che un vincolo è caratterizzato da numeri differenti (altrimenti un lavoro dovrà essere preceduto da se stesso). Se si trova un errore, viene stampato un messaggio. Se un vincolo è accettato, si pone:  $T(K, L) = 1$ .

Esecuzione di algoritmo (linee 800-960):  
questa parte è più corta di quella precedente, poichè è semplice e vi è una sola istruzione di uscita.

Si noti che per un grafico che comporta un totale di  $n$  lavori, vi sono al massimo  $\frac{n(n-1)}{2}$  vincoli. Questo appare nell'istruzione FOR della linea 605.

```

100 REM QUESTO PROGRAMMA DI RICERCA TOPOLOGICA DETERMINA IN QUALE ORDINE
105 REM SI POSSONO ESEGUIRE DEI LAVORI CHE DEVONO SODDISFARE DELLE
110 REM COSTRIZIONI DI PRECEDENZA.
120 PRINT "RICERCA TOPOLOGICA ": PRINT
150 DIM T(20,20):N9 = 20
170 REM INIZIALIZZAZIONE DELLA TABELLA T
180 GOSUB 500
190 REM LETTURA, CONTROLLO E STAMPA DEI DATI
200 GOSUB 600
210 REM CHIAMATA DELL'ALGORITMO
220 GOSUB 800
230 STOP
500 FOR I = 1 TO N9
510   FOR J = 1 TO N9
520     T(I,J) = 0
530   NEXT J
540 NEXT I: RETURN
600 READ N: PRINT "NUMERO DEI LAVORI = ";N: PRINT
603 PRINT "LISTA DELLE COSTRIZIONI ": PRINT
605 FOR I = 1 TO (N - 1) * (N - 1)
610   READ K,L
620   IF K = 0 AND L = 0 THEN 720
630   IF K < > L THEN 650
640   PRINT "ERRORE POICHE' 2 LAVORI HANNO LO STESSO NUMERO ";K: STOP
650   IF K > 0 AND K < N9 THEN 670
660   PRINT "ERRORE DI NUMERAZIONE DEL LAVORO ";K: STOP
670   IF L > 0 AND L < N9 THEN 690
680   PRINT "ERRORE DI NUMERAZIONE DEL LAVORO ";L: STOP
690   T(K,L) = 1: PRINT K; TAB( 6);L
700 NEXT I
710 PRINT "ERRORE NEI DATI ": STOP
720 C = I - 1: PRINT
730 PRINT "NUMERO DELLE COSTRIZIONI = ";C: RETURN
800 PRINT : PRINT "ORDINE DEI LAVORI ":I = 0
810 K = 1
820   FOR J = 1 TO N
830     IF T(J,K) = 1 THEN 920
840     NEXT J
850     I = I + 1: PRINT TAB( 5 * I - 4);K;
860     FOR J = 1 TO N
870       T(K,J) = 0
880     NEXT J
890     T(K,K) = 1: GOTO 810
920 K = K + 1: IF K < = N THEN 820
930 IF I = N THEN RETURN
940 PRINT "NESSUNA SOLUZIONE POICHE' NON SI PUO' REALIZZARE ";N - I;" LAV
    ORI "
960 STOP

```

Figura 8.3

```

RICERCA TOPOLOGICA

NUMERO DEI LAVORI = 8

LISTA DELLE COSTRIZIONI

1      3
2      3
8      3
3      5
4      6
6      7
6      8
2      4
8      5
7      8

NUMERO DELLE COSTRIZIONI = 10

ORDINE DEI LAVORI
1  2  4  6  7  8  3  5

```

Figura 8.4

## 8.2 IL PERCORSO PIU' BREVE IN UN GRAFICO

Il programma qui proposto tratta il caso dell'ordinamento in sequenza di lavori di durata conosciuta.

La numerazione dei lavori è stata stabilita per mezzo di numeri crescenti al fine di semplificare la programmazione, ciò permette così di ottenere dei buoni risultati anche con un personal computer.

Tenuto conto della lunghezza del programma, non verrà posto un problema da risolvere ma verrà presentata direttamente una soluzione.

*Presentazione dei dati:*

L'insieme dei lavori può essere rappresentato da un grafico orientato avente un'entrata ed in principio una sola uscita. Questo grafico orientato non deve comportare dei "cicli". Per esempio si potrà avere il grafico della Fig.8.5.

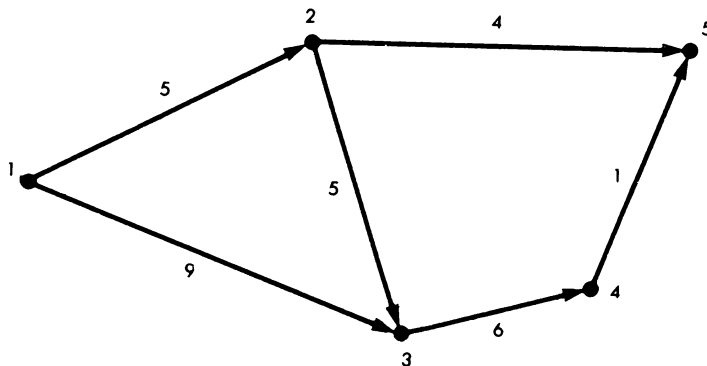


Figura 8.5

Nel grafico ogni freccia corrisponde ad un lavoro. Per esempio tra i nodi 2 e 5 figura un lavoro la cui durata è 4.

Infatti ogni lavoro è caratterizzato da:

- un numero di nodo di partenza,
- un numero di nodo di arrivo,
- una durata (l'unità può essere una qualsiasi),
- una designazione.

Così il grafico della Fig.8.5 corrisponde al listato dei lavori riportato in Fig.8.6.

```
2010 DATA 1,2,5,"SOLLEVAMENTO"
2020 DATA 1,3,9,"SMONTAGGIO"
2030 DATA 2,3,5,"CAMBIO RUOTE"
2040 DATA 2,5,4,"REVISIONE"
2050 DATA 3,4,6,"DISCESA"
2060 DATA 4,5,1,"SERRAGGIO"
2070 DATA 0,0,0,"
J
```

Figura 8.6

Per poter leggere questi dati, si utilizzeranno tre tabelle:

- tabella S che conterrà i nodi di partenza di ogni lavoro
- tabella F che conterrà i nodi di arrivo di ogni lavoro
- tabella D che conterrà la durata di ogni lavoro.

Una stringa di caratteri C\$ conterrà le designazioni. Il programma è stato limitato al trattamento di problemi con non più di 20 lavori. Per semplificare la lettura una variabile, stringa di caratteri, D\$ limitata a 20 caratteri riceverà la designazione di ogni lavoro.

Tutte le tabelle saranno quindi dimensionate a 20. La stringa C\$ sarà una lunghezza di  $20 \times 20 = 400$  caratteri.

Un sottoprogramma di lettura effettua il seguente lavoro:

- lettura dei dati,
- individuazione della fine dei dati caratterizzati da  $N1 = N2 = 0$ ,
- controllo  $N1 < N2$ ,
- inizializzazione di alcune tabelle,
- conteggio del numero dei lavori. Il risultato è posto nella variabile N.

```

950 REM SOTTOPROGRAMMA DI LETTURA E STAMPA DEI DATI
980 PRINT "DA A DURATA DESIGNAZIONE"
990 PRINT
1000 FOR I = 1 TO N9
1010 READ N1,N2,D(I),D$
1020 IF N1 = 0 AND N2 = 0 THEN 1100
1025 IF N1 < N2 THEN 1050
1030 PRINT "NUMERO NON INCROCIANTE": STOP
1050 E(N1) = 0:E(N2) = 0:L(N1) = 0:L(N2) = 0
1060 S(I) = N1:F(I) = N2:C$(20 * I - 19) = D$
1070 PRINT S(I); TAB( 5);F(I); TAB( 13);D(I); TAB( 18);D$
1080 NEXT I
1090 N = N9: GOTO 1110
1100 N = I - 1
1110 PRINT
1120 PRINT "NUMERO DEI LAVORI = ";N
1130 RETURN

```

Figura 8.7

In questo sottoprogramma dato dal listato di Fig.8.7, le variabili avranno il seguente significato:

- N9           variabile che è stata inizializzata dal valore 20 al lancio del programma principale.
- N1 e N2       variabili che ricevono al momento della lettura rispettivamente il numero del nodo di partenza ed il numero del nodo di arrivo, i valori di N1 e N2 vengono trasferiti nelle tabelle S e F.

Tabella E: tempo minimo di inizio di ogni lavoro.  
E è inizializzato a 0.

Tabella L: tempo massimo di esecuzione di ogni lavoro volendo mantenere la tempistica stabilita dal progetto.  
L è inizializzato a 0.

Il programma principale, dopo aver fatto leggere i dati dal sottoprogramma già esaminato, procede con il calcolo del tempo minimo di inizio di ogni lavoro.

Si prenda l'esempio del grafico in Fig.8.5. Il lavoro che va dal nodo 3 al nodo 4, non può cominciare fino a che i lavori che terminano in 3 non siano stati ultimati. Questo tempo E(3) è dunque caratterizzato da:

$$\left. \begin{array}{l} 9 \leq E(3) \\ 5 + 5 \leq E(3) \end{array} \right\} \text{ questo dà } E(3)=10$$

In generale si potrà partire da E(1)=0 e fare il seguente calcolo:

$$E(F(I)) = \text{MAX} [E(F(I)), E(S(I)) + D(I)]$$

questo si trova alle linee 270-300.

Per calcolare il tempo massimo di realizzazione di ogni lavoro si partirà in senso inverso, per l'ultimo nodo si avrà:

$$L(F(N)) = E(F(N))$$

L rappresenta la tabella dei tempi massimi di esecuzione, così:

$$L(S(I)) = \min [L(S(I)), L(F(I)) - D(I)]$$

questo calcolo è realizzato alle linee 320 - 360.

Partendo dal momento in cui si conosce per ogni lavoro:

- il tempo minimo di inizio  $E(S(I))$ ,
- il tempo massimo di esecuzione  $L(F(I))$ ,
- la durata normale di esecuzione  $D(I)$ .

Si ottiene la durata del ritardo massimo che si può ammettere su questo lavoro con:

$$F1(I) = L(F(I)) - E(S(I)) - D(I)$$

se  $F1(I) = 0$  significa che ogni ritardo nell'esecuzione di un lavoro ritarderà l'intero progetto. La variabile C1 è destinata a contare questi lavori che mostrano tempi critici. Questo calcolo è realizzato nelle linee 410-440.

E' possibile ora stampare, per ogni lavoro, le seguenti informazioni:

- |                                |   |                       |
|--------------------------------|---|-----------------------|
| — numero del nodo di partenza  | } | dati                  |
| — numero del nodo d'arrivo     |   |                       |
| — durata                       |   |                       |
| — tempo minimo di inizio       | } | risultati del calcolo |
| — tempo massimo di esecuzione  |   |                       |
| — durata del possibile ritardo |   |                       |

Questo è realizzato dalla sequenza di istruzioni 495-550.

In seguito vi è il calcolo della durata totale del cammino critico per mezzo della variabile C3.

$$C_3 = \max (C_3, L(F(I)))$$

linee 570 - 590.

Poiché il cammino critico comporta dei lavori la cui durata di ritardo ammissibile è zero, lo si può stampare partendo dal nodo d'inizio (linee 595-720)

- ricerca del lavoro di partenza (linee 640-660),
- stampa di questo lavoro,



— ricerca del lavoro successivo (linee 700 - 720), stampa e proseguimento fino alla fine.

Il flow-chart di questa parte è mostrato in Fig.8.8.

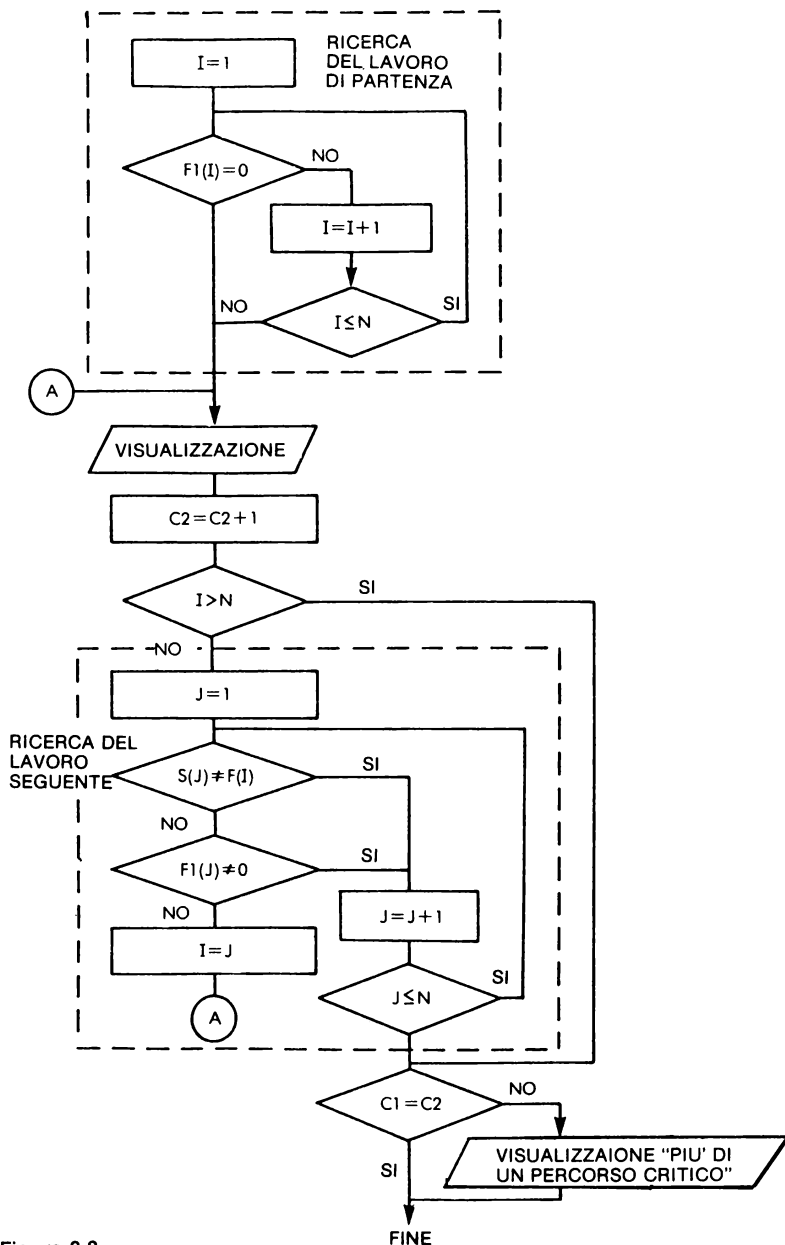


Figura 8.8

```

100 REM IL PERCORSO PIU' BREVE CON UN GRAFICO
110 DIM S(20),F(20),D(20),E(20),L(20),F1(20),C$(400),D$(20)
115 N9 = 20
120 REM
130 REM LETTURA E STAMPA DEI DATI
150 GOSUB 980
250 REM INIZ. E CALCOLO DELLA DATA D'INIZIO LAVORI
260 C1 = 0:C2 = 0:C3 = 0
270 FOR I = 1 TO N
280 M1 = E(S(I)) + D(I)
290 IF E(F(I)) < = M1 THEN E(F(I)) = M1
300 NEXT I
310 REM
320 L(F(N)) = E(F(N))
330 FOR I = N TO 1 STEP - 1
340 L1 = S(I):M2 = L(F(I)) - D(I)
350 IF L(L1) > = M2 OR L(L1) = 0 THEN L(L1) = M2
360 NEXT I
400 REM
410 FOR I = 1 TO N
420 F1(I) = L(F(I)) - E(S(I)) - D(I)
430 IF F1(I) = 0 THEN C1 = C1 + 1
440 NEXT I
495 PRINT
500 PRINT "ANALISI DEL CAMMINO CRITICO"
510 PRINT
520 PRINT "DA ";A,"MIN.INIZ.", "MAX.ESEC.", "NORM.DUR."
525 PRINT
530 FOR I = 1 TO N
535 PRINT S(I) " ";F(I).E(S(I)),L(F(I)),F1(I),C$(20 * I - 19)
550 NEXT I
560 REM
570 FOR I = 1 TO N
580 IF L(F(I)) > C3 THEN C3 = L(F(I))
590 NEXT I
595 PRINT
600 PRINT "LUNGHEZZA DEL CAMMINO CRITICO ";C3
610 PRINT
620 PRINT "VA DA","A"
620 PRINT
640 FOR I = 1 TO N
650 IF F1(I) = 0 THEN 670
660 NEXT I
670 PRINT S(I),F(I)
680 C2 = C2 + 1
690 IF I > N THEN 730
700 FOR J = 1 TO N
710 IF S(J) < > F(I) OR F1(J) < > 0 THEN 720
715 I = J: GOTO 670
720 NEXT J
730 IF C1 < > C2 THEN PRINT "PIU' DI UN CAMMINO CRITICO"
740 PRINT
800 STOP
950 REM SOTTOPROGRAMMA DI LETTURA E STAMPA DEI DATI
980 PRINT "DA","A","DURATA","DESIGNAZ."
990 PRINT
1000 FOR I = 1 TO N9
1010 READ N1,N2,D(I),D$
1020 IF N1 = 0 AND N2 = 0 THEN 1100
1025 IF N1 < N2 THEN 1050
1030 PRINT "NUMERO NON INCROCIANTE": STOP
1050 E(N1) = 0:F(N2) = 0:L(N1) = 0:L(N2) = 0
1060 S(I) = N1:F(I) = N2:C$(20 * I - 19) = D$
1070 PRINT S(I),F(I),D(I),D$
1080 NEXT I
1090 N = N9: GOTO 1110
1100 N = I - 1

```

Figura 8.9

L'esecuzione porta alla figura seguente costituita da tre parti:

DA	A	DURATA	DESIGNAZ.
1	2	5	SOLLEVAMENTO
1	3	9	SMONTAGGIO
2	3	5	CAMBIO RUOTE
2	5	4	REVISIONE
3	4	6	DISCESA
4	5	1	SERRAGGIO

NUMERO DEI LAVORI = 6

ANALISI DEL CAMMINO CRITICO

DA	A	MIN.INIZ.	MAX.ESEC.	NORM.DUR.	
1	2	0	5	0	SOLLEVAMENTO
1	3	0	10	1	SMONTAGGIO
2	3	5	10	0	CAMBIO RUOTE
2	5	5	17	8	REVISIONE
3	4	10	16	0	DISCESA
4	5	16	17	0	SERRAGGIO

LUNGHEZZA DEL CAMMINO CRITICO 17

VA DA	A
1	2
2	3
3	4
4	5

BREAK IN 800

Figura 8.10

- stampa dei dati e numero totale dei lavori,
- analisi del cammino critico, per ogni lavoro:
  - numero del nodo di partenza,
  - numero del nodo di arrivo,
  - data di inizio lavoro,
  - data di fine per non ritardare la realizzazione del progetto
  - durata delle soste,
- itinerario del cammino critico.

### 8.3 IL PROBLEMA DEL COMMESSO VIAGGIATORE

Un rappresentante deve visitare i suoi clienti disseminati in  $N$  città. Si conoscono i costi  $d_{ij}$  per andare dalla città  $i$  alla città  $j$ . I costi possono essere espressi in distanza chilometrica o con altre unità.

In quale ordine il rappresentante deve visitare i suoi clienti per minimizzare il

costo dello spostamento? In questo problema il rappresentante dovrà, dopo il suo giro tornare al punto di partenza.

Esempio:

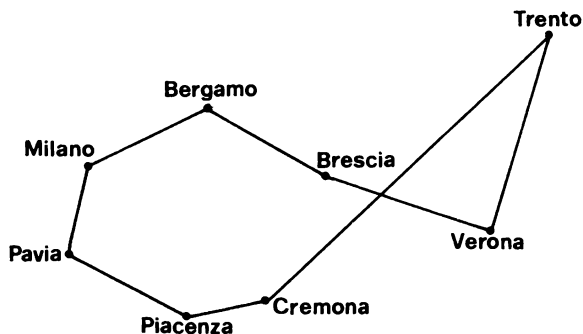


Figura 8.11

*Metodo suggerito:* Non si utilizzerà l'algoritmo esatto che è abbastanza complesso e lento nell'esecuzione. Si utilizzerà il metodo euristico seguente:

1. Si sceglie una città di partenza.
2. Si decide di andare poi nella città più vicina.
3. Quindi si andrà nell'altra città più vicina non ancora visitata, e così di seguito fino a che non si siano visitate tutte le città. Si ritorna poi alla città di partenza. Si noti il costo del percorso così determinato e si ricominci scegliendo tutte le città come punto di partenza.

*Problema:*

1. Analizzare il problema in vista di una scomposizione in parti relativamente corte.
2. Stabilire un flow-chart di principio molto coinciso facendo apparire dei sottoprogrammi.
3. Stabilire in seguito dei flow-chart di dettaglio per ciascun sottoprogramma.
4. Scrivere il programma.

Si utilizzeranno le seguenti variabili:

V\$ Matrice di stringhe di caratteri che conterrà il nome delle città.

- D Tabella a due dimensioni che contiene la matrice dei costi  
 $d_{ij}$  = costo per andare dalla città  $i$  alla città  $j$   
 $d_{ii} = 0$
- T Tabella che contiene una soluzione in corso di esecuzione.
- T2 Tabella che contiene la migliore soluzione trovata durante l'esecuzione dell'algoritmo.
- S Costo della migliore soluzione trovata.
- C Costo della soluzione in corso di studio.

*Soluzione:* Questo problema non è difficile a condizione di lavorare con metodo.

1. *Analisi:* Il programma totale comporterà differenti parti:

- lettura dei dati,
- stampa dei dati,
- ricerca del migliore itinerario (parte algoritmo),
- stampa di quell'itinerario.

Per facilitare la messa a punto della parte relativa all'algoritmo è possibile la stampa di itinerari provvisori. E' quindi facile realizzare la visualizzazione per mezzo di un sottoprogramma. Sarà sufficiente quindi inserire un'istruzione GO-SUB per questa messa a punto.

La matrice dei costi può essere simmetrica o asimmetrica. Si esamineranno nella lettura i due casi. Così, il lavoro dell'utilizzatore sarà ridotto se c'è una simmetria.

Si giunge così al flow-chart di principio di Fig.8.12.

La visualizzazione della matrice dei costi potrà essere la stessa se è simmetrica oppure no. Per contro si dovrà tener conto della lunghezza delle linee.

Per ottenere una corretta stampa si potrà utilizzare una tabella V\$ di stringhe di caratteri che conterrà il nome delle città. La matrice dei costi sarà rappresentata da una tabella quadrata D a due dimensioni.

Nel flow-chart di Fig.8.12, si è evitato di descrivere l'algoritmo. Progressivamente entreremo nel dettaglio; occorrerà costruire una descrizione, memorizzarla e comparare il suo costo con un'altra soluzione. Si utilizzeranno le variabili che seguono.

Una tabella T che conterrà la sequenza dei numeri delle città nell'ordine in cui appaiono nel circuito. Si avrà dunque:

$$C = \sum_{I=1}^{N-1} D(T(I), T(I+1)) + D(T(N), T(1))$$

Si potrà ora costruire il flow-chart di Fig.8.13, nel quale la ricerca della città successiva non è stata dettagliata.

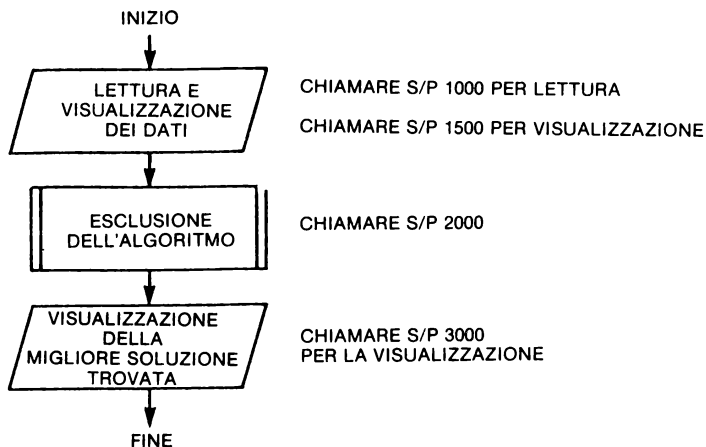


Figura 8.12

Per questo si esamina la situazione in corso di definizione del percorso: si supponga che  $L-1$  città siano state trovate, i loro numeri sono in  $T(1)$  a  $T(L-1)$ . Successivamente si cercherà tra tutte quelle città il cui numero  $J$  soddisfa:

$$J \neq T(K) \text{ per } K = 1, 2, \dots, L - 1$$

quelle di cui il costo  $D(T(L-1), J)$  è minimo al fine di selezionare e immagazzinare in  $T(L)$  i loro numeri. Questo porta al flow-chart di Fig.8.14 che permette di intraprendere la programmazione.

Il programma è stato scritto per un microcalcolatore che ammette le tabelle di stringhe di caratteri. Per un microcalcolatore che non ammette questo tipo di tabella, occorrerà apportare delle modifiche simili a quelle che figurano nel programma PERT (vedere problema 9.2).

Per facilitare la comprensione del programma, questo è stato diviso in sottoprogrammi, il programma principale provvede alla chiamata di quattro subroutine.

995 lettura della tabella dei costi  
1500 stampa della tabella dei costi  
2000 algoritmo  
3000 stampa della soluzione trovata

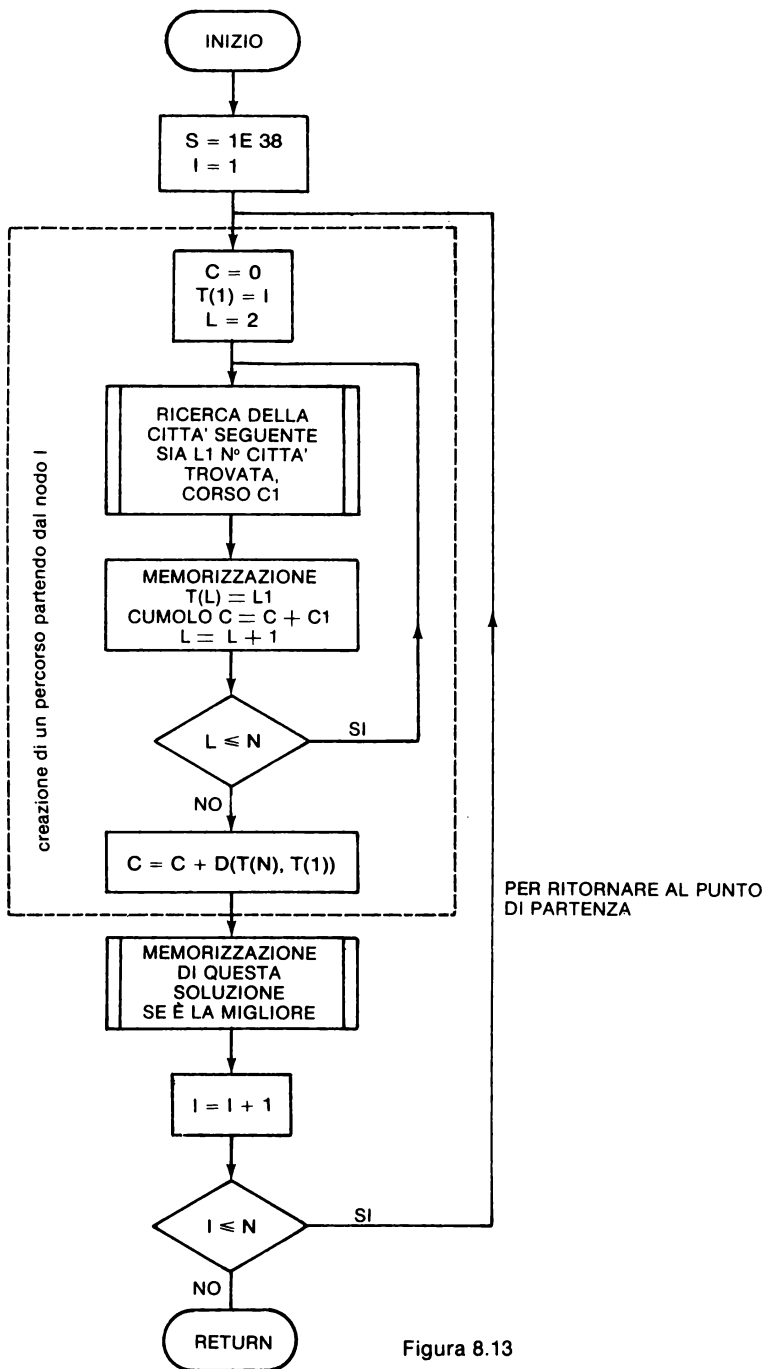


Figura 8.13

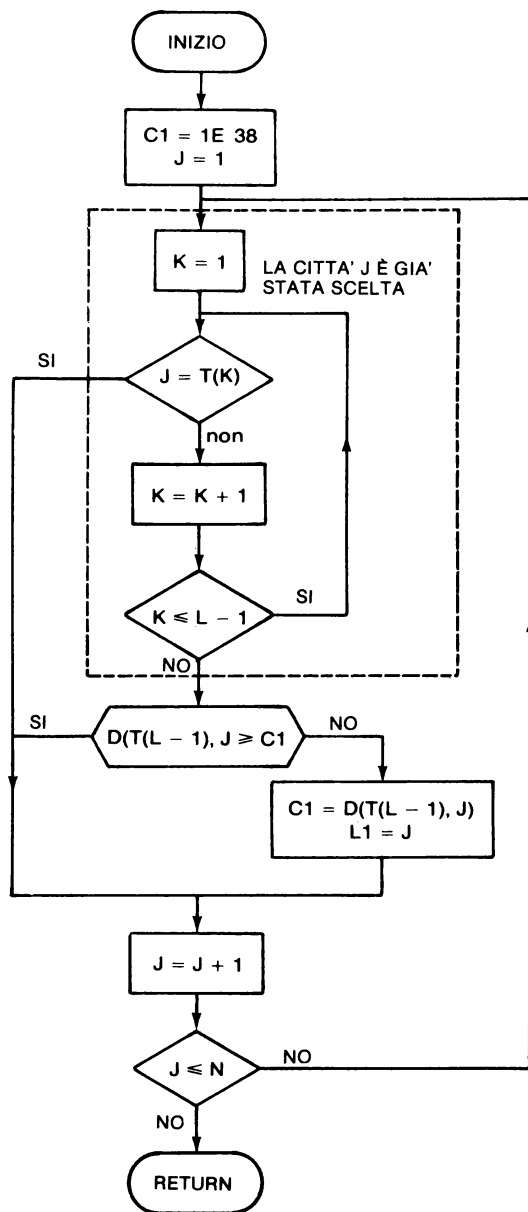


Figura 8.14



La subroutine ALGORITMO fa, anche lei, appello a due altri sottoprogrammi:

2500 ricerca della successiva città

2700 test se la soluzione trovata è migliore e se si immagazzinare questa soluzione.

```
20 REM V$ RAPPRESENTA' IL NOME DELLE CITTA'
25 REM T = TABELLA DI LAVORO I CUI ELEMENTI CONTENGONO
30 REM I NUMERI DELLE CITTA' DEL PERCORSO
35 REM T1 CONTIENE I NUMERI DELLE CITTA'
40 REM DELLA MIGLIORE SOLUZIONE TROVATA
45 REM D = E' LA MATRICE DELLE DISTANZE O DEI COSTI
90 DIM V$(20),T(20),T1(20),D(20,20)
100 PRINT "PROGRAMMA DEL COMMESSO VIAGGIATORE "
110 PRINT
120 READ S$
125 IF S$ = "SYM" THEN GOSUB 995
126 IF S$ < > "SYM" THEN GOSUB 800
130 GOSUB 1500
140 GOSUB 2000
150 GOSUB 3000
780 STOP
790 REM LETTURA DELLA TABELLA DEI COSTI QUANDO LA MATRICE NON E' SIMMETRICA
800 READ N
810 FOR I = 1 TO N
820 READ V$(I)
825 NEXT I
827 FOR I = 1 TO N
830 FOR J = 1 TO N
840 READ D(I,J)
850 NEXT J
860 NEXT I
870 RETURN
990 REM LETTURA DELLA TABELLA DEI COSTI DI MATRICE SIMMETRICA
995 READ N
1000 FOR I = 1 TO N
1010 READ V$(I)
1020 NEXT I
1030 FOR I = 1 TO N
1040 D(I,I) = 0
1050 FOR J = I + 1 TO N
1060 READ D(I,J)
1070 D(J,I) = D(I,J)
1080 NEXT J
1090 NEXT I
1100 RETURN
1480 REM
1490 REM SUBROUTINE PER STAMPARE LA MATRICE DEI COSTI
1500 PRINT "TABELLA DEI COSTI"
1510 PRINT
1520 FOR I = 1 TO N
1530 PRINT TAB( 5 * I);V$(I);
1540 NEXT I
1550 PRINT
1555 PRINT
1560 FOR I = 1 TO N
1570 PRINT V$(I);
1580 FOR J = 1 TO N
1590 PRINT TAB( 5 * J);D(I,J);
1600 NEXT J
1605 PRINT
1608 PRINT
1610 NEXT I
1620 RETURN
1970 REM
```

Figura 8.15

```

1970 REM
1980 REM  INIZIO DELL'ALGORITMO
1990 REM
2000 S = 1E38
2002 FOR I = 1 TO N
2005   C = 0
2010   T(I) = I
2020   FOR L = 2 TO N
2030     GOSUB 2500
2040     T(L) = L1
2050     C = C + C1
2060   NEXT L
2065   C = C + D(T(N),T(1))
2070   GOSUB 2700
2090 NEXT I
2110 RETURN
2470 REM
2480 REM  RICERCA DELLA CITTA' SUCCESSIVA
2490 REM
2500 C1 = 1E38
2510 FOR J = 1 TO N
2515   FOR K = 1 TO L - 1
2520     IF T(K) = J THEN 2560
2525   NEXT K
2530   IF D(T(L - 1),J) > C1 THEN 2560
2540   C1 = D(T(L - 1),J)
2550   L1 = J
2560 NEXT J
2570 RETURN
2670 REM
2680 REM  LA SOLUZIONE TROVATA E' LA MIGLIORE ?
2690 REM  SE SI, TRASFERIRE T IN T1 E C IN S
2700 IF S <= C THEN 2750
2710 S = C
2720 FOR K = 1 TO N
2730   T1(K) = T(K)
2740 NEXT K
2750 RETURN
3000 PRINT
3010 PRINT TAB( 9);"SOLUZIONE"
3015 PRINT
3020 FOR L = 1 TO N - 1
3030   PRINT V$(T1(L));"  A  ";V$(T1(L + 1)),D(T1(L),T1(L + 1))
3040   PRINT
3050 NEXT L
3055 PRINT V$(T1(N));"  A  ";V$(T1(1)),D(T1(N),T1(1))
3060 PRINT
3070 PRINT "COSTO TOTALE : "; TAB( 32);S
3080 RETURN
5000 END

```

aggiungere il costo di ritorno  
della città di partenza

la città seguente non deve essere  
già stata scelta  
} si considera la più vicina

Figura 8.16

# PROGRAMMA DEL COMMESSO VIAGGIATORE

## TABELLA DEI COSTI

	VR	BS	PV	TR	CR	BG	PC	MI
VR	0	45	67	13	40	68	89	81
BS	47	0	29	37	22	23	41	36
PV	68	30	0	73	21	24	12	37
TR	13	36	74	0	42	60	95	73
CR	40	24	22	43	0	36	33	49
BG	67	23	25	60	35	0	36	13
PC	89	40	13	98	35	36	0	47
MI	81	36	37	75	48	15	46	0

## SOLUZIONE

TR	A	VR	13
VR	A	CR	40
CR	A	PV	22
PV	A	PC	12
PC	A	BG	36
BG	A	MI	13
MI	A	BS	36
BS	A	TR	37

COSTO TOTALE : 209

## Dati corrispondenti:

```

155 DATA "SYM",8
160 DATA REM LETTURA DELLA TABELLA DEI COSTI QUANDO LA MARICE NON E' SIMMETRI
170 DATA 45,67,13,40,68,89,81
180 DATA 29,37,22,23,41,36
190 DATA 73,21,24,12,37
200 DATA 42,60,95,73
210 DATA 36,33,49
220 DATA 36,13
230 DATA 47

```

Figura 8.17

## PROGRAMMA DEL COMMESSO VIAGGIATORE

## TABELLA DEI COSTI

	VR	BS	PV	TR	CR	BG	PC	MI
VR	0	45	67	13	40	68	89	81
BS	45	0	29	37	22	23	41	36
PV	67	29	0	73	21	24	12	37
TR	13	37	73	0	42	60	95	73
CR	40	22	21	42	0	36	33	49
BG	68	23	24	60	36	0	36	13
PC	89	41	12	95	33	36	0	47
MI	81	36	37	73	49	13	47	0

## SOLUZIONE

TR	A	VR	13
VR	A	CR	40
CR	A	PV	21
PV	A	PC	12
PC	A	BG	36
BG	A	MI	13
MI	A	BS	36
BS	A	TR	37

COSTO TOTALE : 208

## Dati corrispondenti:

```

155 DATA "SYM",8
160 DATA VR,BS,PV,TR,CR,BG,PC,MI
170 DATA 45,67,13,40,68,89,81
180 DATA 29,37,22,23,41,36
190 DATA 73,21,24,12,37
200 DATA 42,60,95,73
210 DATA 36,33,49
220 DATA 36,13
230 DATA 47

```

Figura 8.18

Percorso corrispondente al risultato precedente:

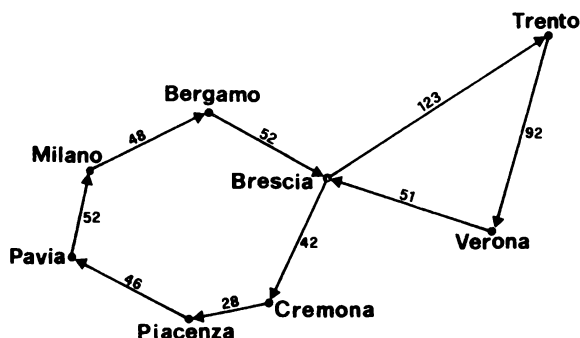


Figura 8.19

Questo risultato non corrisponde al circuito più corto che può essere trovato e il cui costo è di 206. Questo percorso di costo minimo è il seguente:

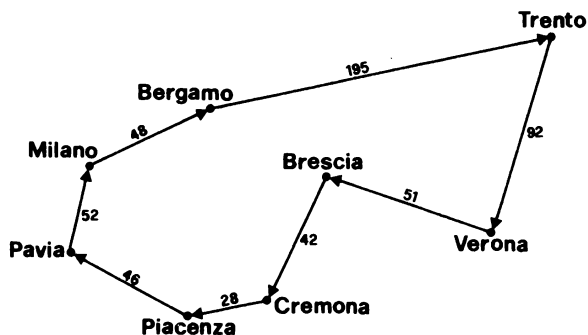


Figura 8.20

**NOTE:** 1. Se una città è “equidistante” da due altre città e se i costi sono minimi, l’algoritmo programmato non esegue test successivi con ciascuna delle città, ma sceglie sistematicamente la prima in ordine di indice.

Per obbligare l’algoritmo a effettuare il secondo test, occorre aumentare artificialmente di poco il costo del primo tragitto e domandare una seconda esecuzione.

2. Per aumentare la velocità dell'algoritmo è possibile modificarlo, imponendogli dei tratti che fanno parte del percorso di costo minimo.

## 8.4 CONCLUSIONI

Si sono visti tre semplici programmi di ricerca operativa. Il lettore ha potuto rendersi conto della lunghezza di questi programmi nonostante la semplicità apparente del problema. In generale ogni volta che è necessario “percorrere un grafico” è necessario ricorrere a manipolazioni piuttosto delicate di indici che generano difficoltà di programmazione.

Si consiglia al lettore interessato a questo problema di documentarsi sui seguenti argomenti:

- l'algoritmo di Kruskal,
- il problema dell'ottimizzazione del trasporto (algoritmo dello “steppingstone”),
- l'ottimizzazione del flusso in un grafico (algoritmo di Ford-Fulkerson),
- programmazione lineare (algoritmo del simflesso).

## CAPITOLO 9

# STATISTICA

### 9.0 INTRODUZIONE

Per l'elaborazione di diverse statistiche si fa spesso riferimento a microcalcolatori le cui qualità (velocità di calcolo, accesso ad un gran numero di dati) li rendono particolarmente adatti a questo tipo di applicazioni.

In questo capitolo si studieranno dei programmi di statistica semplici, ma molto utili. Per esempio per il calcolo del tasso di crescita studiato al Capitolo 6, si fa riferimento a un sottoprogramma di regressione lineare spiegato in questo capitolo.

Il numero di esercizi presentati è limitato al fine di non annoiare il lettore che non sia interessato a questo tipo di programmi. E' necessario sapere, tuttavia, che esiste un gran numero di programmi per questo campo.

### 9.1 MEDIA DI UNA SERIE DI MISURE

Calcolare la media aritmetica  $M$  di una serie di misure. In questo esercizio si suppone che tutti i dati siano incorporati nel programma. Un valore numerico uguale a  $-999$  indica la fine dei dati.

*Problema:* Analizzare il problema, disegnare il flow-chart e scrivere quindi il programma.

*Soluzione:* Ogni misura è utilizzata una sola volta per il calcolo nel corso della somma. Non è dunque necessario utilizzare una tabella. Il numero di misure sarà registrato in una variabile  $N$  al fine di poter effettuare la divisione.

Al fine di non sommare il valore  $-999$ , è necessario effettuare un test  $A = -999$

se  $A \neq -999$  effettuare la somma:  $M = M + A$   
 $N = N + 1$

se  $A = -999$  tutti i dati sono stati posizionati ed è necessario effettuare la divisione  $M = M/N$ .

Questo condurrà al flow-chart di Fig.9.1.

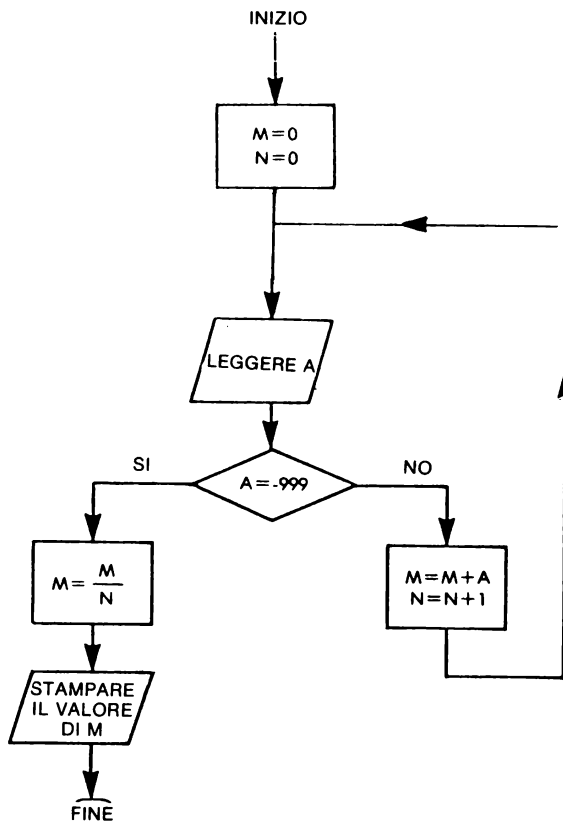


Figura 9.1

La programmazione di questo flow-chart è facile. La sola difficoltà risiede nel curare la presentazione dei risultati.

```

100 M = 0:N = 0
110 READ A
120 IF A = - 999 THEN 170
130 N = N + 1
140 M = M + A
150 GOTO 110
170 M = M / N
180 PRINT "NUMERO DELLE MISURE= ";N
190 PRINT
200 PRINT "MEDIA "; TAB( 20);"="; M
210 DATA 12,25,15,0,-999
220 END
  
```

Figura 9.2



## 9.2 MEDIA, VARIANZA, DEVIAZIONE STANDARD

Per stimare la media, la varianza e la deviazione standard di una serie di  $N$  misure si possono utilizzare le seguenti formule:

$$\text{Media} \quad M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A(I)$$

$$\text{Varianza} \quad V = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (A(I) - \overline{M})^2$$

$$\text{Deviazione standard} \quad E = \sqrt{V}$$

Come precedentemente supposto i dati sono incorporati nel programma e il valore numerico —999 indica la fine dei dati (ricerca della fine dei dati).

**9.2.1 Primo problema:** Si tratta di partire da una serie di misure supposte incorporate nel programma per stimarne la media, la varianza e la deviazione standard per mezzo delle formule precedenti. Per questo viene proposto di trattare questo problema in tre parti.

**Parte a:** Disegnare il flow-chart che permette di ottenere il valore numerico delle tre stime.

**Parte b:** Modificare la formula che fornisce il valore di  $V$  affinché il flow-chart abbia un solo loop di calcolo.

**Parte c:** Scrivere un programma corrispondente al secondo flow-chart.

**Soluzione:**

**Parte a:** Si è condotti a costruire il flow-chart di Fig.9.3 che consta di due parti:

- una prima parte destinata a calcolare la media,
- una seconda parte che permette di ottenere la varianza e la deviazione standard.

Questo dà il flow-chart di Fig.9.3 che comporta due loop di calcolo e due letture dei dati.

Nel caso in cui i dati siano poco numerosi e incorporati nel programma, questa doppia lettura di dati non costituisce una particolare difficoltà. Per contro nella pratica, quando si tratta di archivi di dati di una certa consistenza, una doppia

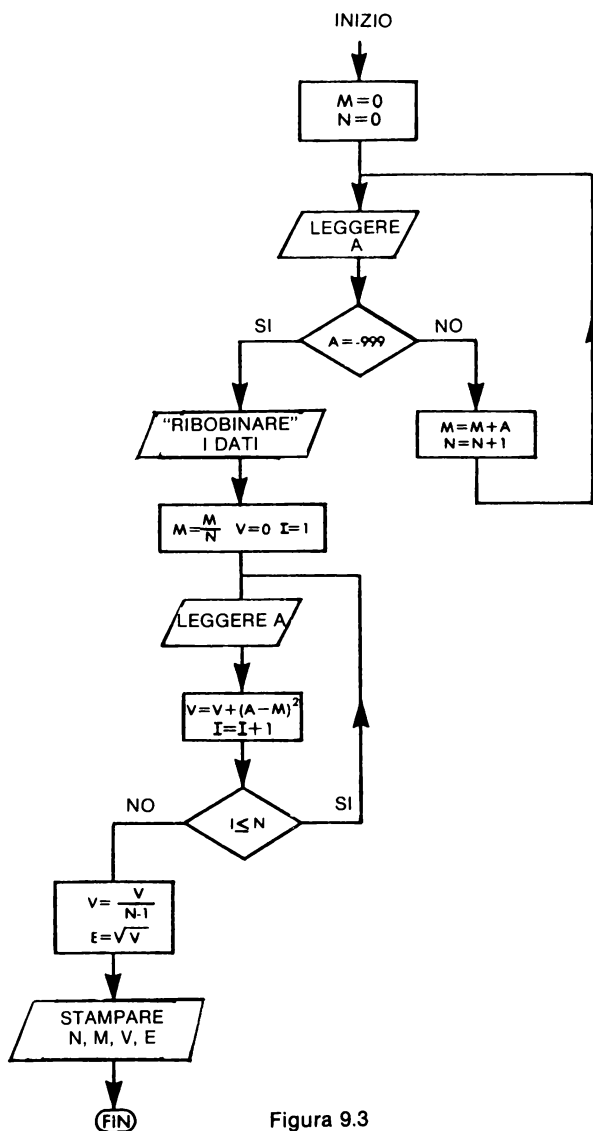


Figura 9.3

lettura raddoppia i tempi di calcolo se si è in “multiprogrammazione” e aumenta notevolmente il ritardo di restituzione se il microcalcolatore utilizzato lavora in “multiprogrammazione”. Per questa ragione si prova a minimizzare il numero d’accessi all’archivio.

Parte b: Sviluppando la formula che fornisce il valore di V si ottiene:

$$V = \frac{1}{N-1} \left[ \sum_{i=1}^N A(i)^2 - 2 \overline{M} \sum_{i=1}^N A(i) + n \overline{M}^2 \right]$$

con

$$\sum_{i=1}^N A(i) = N \overline{M}$$

da cui

$$V = \frac{1}{N-1} \left[ \sum_{i=1}^N A(i)^2 - N \overline{M}^2 \right]$$

Questa formula permette di calcolare M e V per mezzo di un solo loop di calcolo come si vede nel flow-chart che segue.

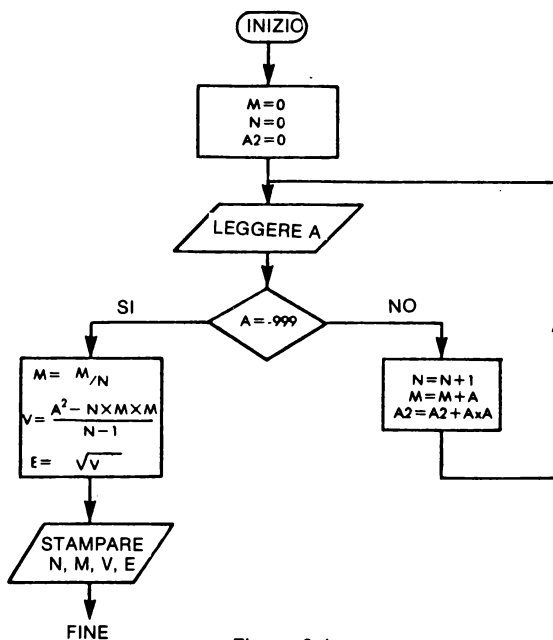


Figura 9.4

Parte c: Questo flow-chart è molto semplice e la programmazione è facile. La sola difficoltà consiste nel curare la presentazione dei risultati (Figg.9.5, 9.6).

```

100 M = 0
110 N = 0
120 A2 = 0
130 READ A
140 IF A = - 999 THEN 190
150 N = N + 1
160 M = M + A
170 A2 = A2 + A * A
180 GOTO 130
190 M = M / N
200 V = (A2 - N * M * M) / (N - 1)
210 E = SQR (V)
220 PRINT "NUMERO DELLE MISURE= ";N
230 PRINT "          MEDIA= ";M
240 PRINT "          VARIAZIONE= ";V
250 PRINT "DEVIATIONE STANDARD= ";E
260 STOP
300 DATA 9,9.9,10,8.5,9;10.1
310 DATA 10,9.8,10.2
320 DATA -999
330 END

```

Figura 9.5

Esempio di esecuzione:

```

NUMERO DELLE MISURE= 9
          MEDIA= 9.61111112
          VARIAZIONE= .373611014
DEVIATIONE STANDARD= .611237281

```

Figura 9.6

### 9.2.2 Calcolo dei coefficienti d'asimetria e appiattimento

Modificare il programma precedente per calcolare il valore numerico delle stime seguenti:

$$\text{Coefficiente di asimetria} \quad \frac{1}{NE^3} \sum_{i=1}^N (A(i) - \bar{M})^3$$

$$\text{Coefficiente di appiattimento} \quad \frac{1}{NE^4} \sum_{i=1}^N (A(i) - \bar{M})^4$$

*Soluzione:* Si noti che il momento d'ordine 2 si scrive:

$$M_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (A(i) - \bar{M})^2$$

Corrisponde a una stima per vie traverse della varianza.

Si pone

$$V_1 = \sum_{i=1}^N (A(i) - \bar{M})^2$$

Si avrà

$$V = \frac{1}{N-1} V_1$$

$$M_2 = \frac{1}{N} V_1$$

Si possono ora scomporre le due formule che danno S e P

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{N \left( \frac{V_1}{N} \right)^{\frac{3}{2}}} [\Sigma A(i)^3 - 3 \bar{M} \Sigma A(i)^2 + 3 \bar{M}^2 \Sigma A(i) - N \bar{M}^3] \\ &= \frac{1}{N \left( \frac{V_1}{N} \right)^{\frac{3}{2}}} [\Sigma A(i)^3 - 3 \bar{M} \Sigma A(i)^2 + 2 \times N \times \bar{M}^3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{N \left( \frac{V_1}{N} \right)^2} [\Sigma A(i)^4 - 4 \bar{M} \Sigma A(i)^3 + 6 \bar{M}^2 \Sigma A(i)^2 - 4 \bar{M}^3 \Sigma A(i) + N \bar{M}^4] \\ &= \frac{N}{V_1^2} [\Sigma A(i)^4 - 4 \bar{M} \Sigma A(i)^3 + 6 \bar{M}^2 \Sigma A(i)^2 - 3 N \bar{M}^4] \end{aligned}$$

E' sufficiente ora inserire nel loop i calcoli di  $\Sigma A(i)^3$  e di  $\Sigma A(i)^4$  che saranno posti nelle variabili A3 e A4, per ottenere in seguito i coefficienti cercati.

$$S = \frac{1}{N \left( \frac{V_1}{N} \right)^{\frac{3}{2}}} [A3 - 3 \bar{M} A2 + 2 N \bar{M}^3]$$

$$P = \frac{N}{V_1^2} [A4 - 4 \bar{M} A3 + 6 \bar{M}^2 A2 - 3 N \bar{M}^4]$$

La costruzione del programma di Fig.9.7 non presenta a questo punto più alcuna difficoltà.

```

100 A1 = 0
110 N = 0
120 A2 = 0
125 A3 = 0
127 A4 = 0
130 READ A
140 IF A = - 999 THEN 190
150 N = N + 1
155 A1 = A1 + A
160 X = A * A
162 A2 = A2 + X
165 A3 = A3 + X * A
167 A4 = A4 + X * X
180 GOTO 130
190 M = A1 / N
200 V = (A2 - N * M * M) / (N - 1)
210 E = SQR (V)
220 PRINT "NUMERO DELLE MISURE= ";N
230 PRINT "          MEDIA= ";M
240 PRINT "          VARIAZIONE= ";V
250 PRINT "DEVIATION STANDARD= ";E
253 M2 = M * M
255 S = (A3 - 3 * M * A2 + 2 * M2 * A1) / (N * V * E)
260 P = (A4 - 4 * M * A3 + 6 * M2 * A2 - 3 * N * M2 * M2) / (N * V * V)
270 PRINT "          COEFFICIENTE DI SIMMETRIA= ";S
280 PRINT "COEFFICIENTE DI APPIATTIMENTO= ";P
285 STOP
300 DATA 2,2.5,3,3.5,4
310 DATA -999
320 DATA -999
330 END

```

Figura 9.7

Esempio di esecuzione:

```

NUMERO DELLE MISURE= 5
          MEDIA= 3
          VARIAZIONE= .625
DEVIATION STANDARD= .790569415
          COEFFICIENTE DI SIMMETRIA= 0
COEFFICIENTE DI APPIATTIMENTO= 1.088

```

Figura 9.8

Altra serie di dati ad esecuzione corrispondente

```

NUMERO DFILE MISURE= 5
          MEDIA= 3
          VARIAZIONE= 2.5
DEVIATION STANDARD= 1.58113883
          COEFFICIENTE DI SIMMETRIA= 0
COEFFICIENTE DI APPIATTIMENTO= 1.088
BREAK IN 285

```

Figura 9.8

**NOTE:**

1. Questi ultimi due sistemi di stima non sono valevoli con tutte le leggi. Devono quindi essere utilizzate con prudenza.
2. Coefficiente di simmetria vale 0 se il campione è simmetrico.
3. Coefficiente di appiattimento ingrandito nel valore assoluto con l'appiattimento della funzione di densità.

### 9.3 REGRESSIONE LINEARE

Cercare una retta che approssima nel migliore dei modi possibile l'insieme dei punti  $(x;y)$  sperimentali. Per questo si utilizza generalmente il criterio dei "minimi quadrati" che consiste nel determinare i coefficienti  $a$ ,  $b$  in modo che:

$$\sum_{i=1}^N (ax_i + b - y_i)^2$$

Per minimizzare questa quantità è necessario calcolare  $a$  e  $b$  come

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{n \sum y_i - a \sum x_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

Per assicurarsi della validità "statistica" del calcolo, si può calcolare il coefficiente  $r$  dato da

$$r = \text{segno di } b \sqrt{1 - \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}}$$

Se  $r$  è vicino a 1 il calcolo è valido dal punto di vista statistico; in caso contrario, la regressione lineare si applica piuttosto male alla serie dei dati. Si può allora calcolare una varianza di  $a$  e  $b$  e determinare l'intervallo limite di  $a$  e  $b$ .

**Esercizio:** Scrivere un sottoprogramma che partendo dalle tabelle T(100) e Y(100) determini una retta di regressione e calcoli il coefficiente  $r$ .

Il calcolo dei coefficienti  $A$ ,  $B$  costituisce un sottoprogramma che inizia in 1000, e il calcolo del coefficiente  $R$  dev'essere realizzato in un sottoprogramma che inizia in 600.

**Soluzione:** La parte calcolo di  $A$  e  $B$  deriva dalle formule precedenti con l'ausilio di un loop di calcolo, si ottiene:

$$\sum x_i, \sum y_i, \sum x_i^2, \sum x_i y_i,$$

poi partendo da queste quantità determinare i valori di  $A$  e  $B$  di cui al flow-chart di Fig.9.9

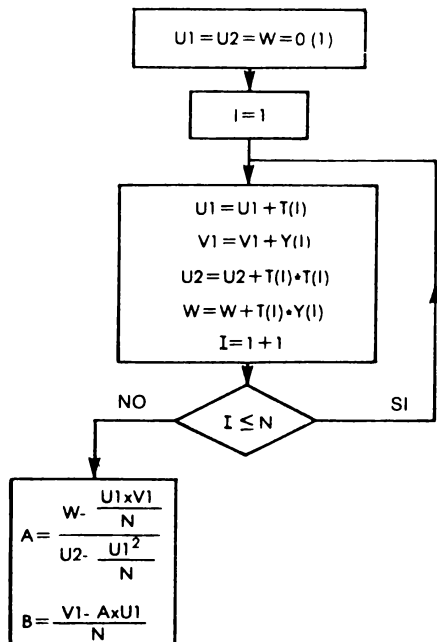


Figura 9.9

Per il calcolo di R si effettuerà un altro LOOP di calcolo

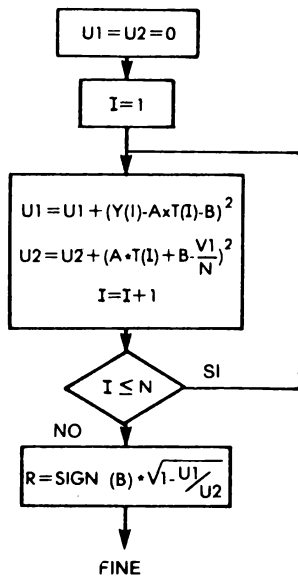


Figura 9.10



Partendo da questi due flow-chart, scrivere il programma con l'esempio di esecuzione di Fig.9.11 è cosa facile.

```

100 DIM T(100),Y(100)
110 READ N
120 FOR I = 1 TO N
130   READ T(I),Y(I)
140 NEXT I
150 GOSUB 1000
160 PRINT TAB( 9);"INCLINAZIONE = ";A
170 PRINT "ORDINATA ALL'ORIGINE = ";B
180 PRINT
190 PRINT "T","MISURA Y"."CALCOLO Y"
200 PRINT
210 FOR I = 1 TO N
220   Y1 = A * T(I) + B
230   PRINT T(I),Y(I),Y1
240 NEXT I
245 STOP
250 DATA 5
260 DATA 0,1,1,1,5,2,2,4,3,6,4

1000 U1 = 0
1010 U2 = 0
1020 V1 = 0
1030 V2 = 0
1040 W = 0
1050 FOR I = 1 TO N
1060 U1 = U1 + T(I)
1070 V1 = V1 + Y(I)
1080 U2 = U2 + T(I) * T(I)
1090 V2 = V2 + Y(I) * Y(I)
1100 W = W + T(I) * Y(I)
1110 NEXT I
1120 A = (W - U1 * V1 / N) / (U2 - U1 * U1 / N)
1130 B = (V1 - A * U1) / N
1140 RETURN
1200 END

```

```

      INCLINAZIONE = .5
ORDINATA ALL'ORIGINE = 1

T           MISURA Y           CALCOLO Y
0           1                   1
1           1.5                 1.5
2           2                   2
4           3                   3
6           4                   4

```

Figura 9.11

Regressione lineare senza calcolo del coefficiente  $r$ .

```

100 DIM T(100),Y(100)
110 READ N
120 FOR I = 1 TO N
130   READ T(I),Y(I)
140 NEXT I
150 GOSUB 1000
155 GOSUB 600
160 PRINT TAB( 9);"INCLINAZIONE = ";A
170 PRINT "ORDINATA ALL'ORIGINE = ";B
175 PRINT TAB( 7);"COEFFICIENTE R = ";R
180 PRINT
190 PRINT "T","MISURA Y","CALCOLO Y"
200 PRINT
210 FOR I = 1 TO N
220   Y1 = A * T(I) + B
230   PRINT T(I),Y(I),Y1
240 NEXT I
245 STOP
250 DATA 5
260 DATA 0,1,1,1,5,2,2,4,3,6,4
600 U1 = 0
605 U2 = 0
610 FOR I = 1 TO N
620   U1 = U1 + (Y(I) - A * T(I) - B) ^ 2
630   U2 = U2 + (A * T(I) + B - V1 / N) ^ 2
640 NEXT I
650 R = SGN (B) * SQR (1 - U1 / U2)
660 RETURN

1000 U1 = 0
1010 U2 = 0
1020 V1 = 0
1040 W = 0
1050 FOR I = 1 TO N
1060   U1 = U1 + T(I)
1070   V1 = V1 + Y(I)
1080   U2 = U2 + T(I) * T(I)
1100   W = W + T(I) * Y(I)
1110 NEXT I
1120 A = (W - U1 * V1 / N) / (U2 - U1 * U1 / N)
1130 B = (V1 - A * U1) / N
1140 RETURN
1200 END

```

Figura 9.12

Il programma della figura 9.12 corrisponde al calcolo dei coefficienti  $a$  e  $b$  e del coefficiente  $r$ .

Esempi di esecuzione con diversi set di dati.

```

          INCLINAZIONE = .5
ORDINATA ALL'ORIGINE = 1
          COEFFICIENTE R = 1

```

T	MISURA Y	CALCOLO Y
0	1	1
1	1.5	1.5
2	2	2
4	3	3
6	4	4

INCLINAZIONE = .503125  
 ORDINATA ALL'ORIGINE = 1.00312  
 COEFFICIENTE R = .998166

T	MISURA Y	CALCOLO Y
0	.95	1.00312
1	1.55	1.50625
2	2.05	2.00937
4	2.95	3.01562
4	3.05	3.01562

INCLINAZIONE = .480603  
 ORDINATA ALL'ORIGINE = 1.25043  
 COEFFICIENTE R = .932274

T	MISURA Y	CALCOLO Y
0	.95	1.25043
1	1.55	1.73103
2	2.95	2.21164
4	3.05	3.17284
6	4	4.13405

Questo esempio mostra la sensibilità del coefficiente di correlazione utilizzato.

## 9.4 CONCLUSIONE

Questi esercizi mostrano che la programmazione di calcoli elementari del tipo media, varianza, etc. non presenta particolari difficoltà. L'esercizio di calcolo di una regressione lineare è molto utile poichè viene utilizzato nel Capitolo 6 per il calcolo del tasso di crescita.

Invece quando è necessario addentrarsi in calcoli più sofisticati (prove statistiche, regressione multipla, regressione polinomiale, etc.), i programmi si allungano diventando sensibili agli errori di arrotondamento.

Il lettore troverà in libri specializzati degli esercizi supplementari:

- istogrammi,
- regressione lineare multipla.



## CAPITOLO 10

### VARI

#### 10.0 INTRODUZIONE

Questo capitolo contiene un insieme di esercizi che non fanno parte di nessun argomento trattato nei capitoli precedenti, ma che presentano un interesse sul piano informatico sia perchè fanno appello a delle astuzie di programmazione, sia perchè l'elaborazione del flow-chart non è evidente.

#### 10.1 I SEGNI ZODIACALI

Partendo dal giorno e dal mese di nascita, determinare il “segno zodiacale” al quale si appartiene. Questo è facilmente realizzabile in quanto è sufficiente consultare la tabella 10.1 per ottenere la risposta.

SEGNO	PERIODO
CAPRICORNO	23 dic. al 19 gen.
AQUARIO	20 gen. al 19 feb.
PESCI	20 feb. al 20 mar.
ARIETE	21 mar. al 19 apr.
TORO	20 apr. al 20 mag.
GEMELLI	21 mag. al 20 giu.
CANCRO	21 giu. al 21 lug.
LEONE	22 lug. al 22 ago.
VERGINE	23 ago. al 23 set.
BILANCIA	23 set. al 22 ott.
SCORPIONE	23 ott. al 21 nov.
SAGITTARIO	22 nov. al 22 dic.

Figura 10.1

### *Esercizio 1:*

Scrivere un programma che partendo dal giorno e mese di nascita determini il segno zodiacale corrispondente.

Si supponrà di disporre di un BASIC che accetti le tabelle costituite da stringhe di caratteri.

### *Esercizio 2:*

Come il precedente ma disponendo questa volta di un BASIC che non accetta le tabelle costituite da stringhe di caratteri.

### *Soluzione esercizio 1:*

Si devono confrontare il giorno del mese  $J$  con un limite  $L$  che dipende dal mese ( $L$  da 20 a 23).

- Se  $J < L$  l'indice da utilizzare è  $I = M$ .
- Se  $J \geq L$  l'indice da utilizzare è  $I = M + 1$  salvo che questo dia  $I = 13$  in tal caso è necessario attribuire a  $I$  il valore 1 (caso di una persona nata tra il 23 e il 31 dicembre).

Perchè  $L$  assuma il valore corretto si dovrà prima attribuirgli il valore 20 poi utilizzare un'istruzione `ON...GOTO` per effettuare il salto a una serie di istruzioni  $L = L + 1$ .

In questo modo si eviteranno parecchie prove e istruzioni `GOTO`. Questo metodo può essere rappresentato dal flow-chart di Fig.10.2 che si presenta più difficile del programma di Fig.10.3 corrispondente.

### *Soluzione esercizio 2:*

Il programma precedente determina un indice  $J$  che indica il numero del segno, ma questo indice non può essere utilizzato in questa forma.

I segni zodiacali più lunghi da scrivere sono **CAPRICORNO** e **SAGITTARIO** con 10 lettere. Si potrà quindi utilizzare una variabile, stringa di caratteri,  $A\$$  con lunghezza 120 che potrà contenere i dodici segni di 10 caratteri (quelli di lunghezza inferiore saranno completati con l'inserimento di spazi).

Partendo dall'indice  $I$  ottenuto precedentemente si scriverà:

`MID$(A$, 10 * I — 9, 10)`

Occorre ora poter inizializzare correttamente A\$ per questo è possibile utilizzare diversi metodi, per esempio:

```
115 DIM A$(120)
120 A$="CAPRICORNOACQUARIO♈♉PESCI ♊♋♌ARIETE ♍♎♏TORO ♐♑♒"
125 A$=A$+"GEMELLI ♊♋♌CANCRO♋♌♍LEONE♌♍♎VERGINE♎♏♐BILANCIA♐♑♒"
130 A$=A$+"SCORPIONE♏♐♑SAGITTARIO♑♒♓"
```

Ogni segno completandolo con un numero di caratteri "spazio", inizia nella giusta posizione (1,11,21,31 etc.) e potrà essere facilmente selezionato.

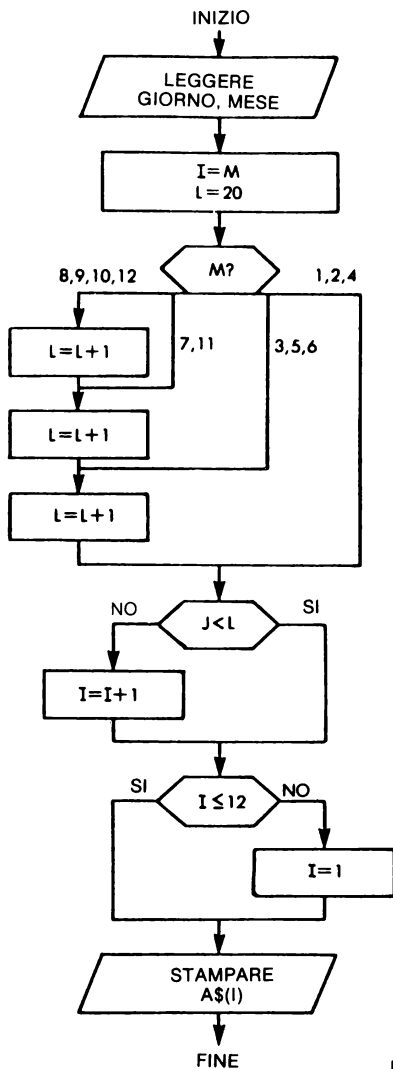


Figura 10.2

```

115 DIM A$(12)
120 FOR I = 1 TO 12
125 READ A$(I)
130 NEXT I
140 PRINT "GIORNO,MESE DI NASCITA ";
145 INPUT J,M
180 I = M
190 L = 20
200 ON M GOTO 600,600,500,600,500,500,400,300,300,300,400,300
300 L = L + 1
400 L = L + 1
500 L = L + 1
600 IF J < L THEN 610
605 I = I + 1
610 IF I < = 12 THEN 620
615 I = 1
620 PRINT "VOI SIETE ";A$(I);
630 PRINT
650 GOTO 140
900 DATA "CAPRICORNO","AQUARIO","PESCI","ARIETE"
910 DATA "TORO","GEMELLI","CANCRO","LEONE","VERGINE"
920 DATA "BILANCIA","SCORPIONE","SAGITTARIO"
990 END

```

Figura 10.3

```

GIORNO,MESE DI NASCITA ?12,10
VOI SIETE BILANCIA
GIORNO,MESE DI NASCITA ?19,1
VOI SIETE CAPRICORNO
GIORNO,MESE DI NASCITA ?20,1
VOI SIETE AQUARIO
GIORNO,MESE DI NASCITA ?21,5
VOI SIETE GEMELLI
GIORNO,MESE DI NASCITA ?23,9
VOI SIETE BILANCIA
GIORNO,MESE DI NASCITA ?
?REENTER
?

```

Figura 10.4

Attenzione questo programma non si ferma da solo!

## 10.2 REGINE SU UNA SCACCHIERA

Un problema classico per il gioco degli scacchi è il seguente: trovare tutte le soluzioni che permettono di piazzare 8 regine su una scacchiera senza che vi siano due regine sulla stessa linea orizzontale, verticale e diagonale.

*Problema:*

Generalizzando una scacchiera  $N \times N$ , impostare tutte le soluzioni che permettono di posizionare  $N$  regine senza che ci siano due regine “in presa” tra loro. Si farà variare  $N$  da 2 a 8.

Si elimineranno le soluzioni che si deducono per simmetria.



*Metodo proposto:*

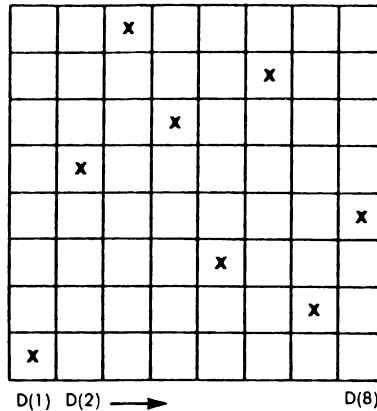


Figura 10.5

Una tabella D conterrà le regine posizionate nella soluzione in corso di elaborazione.

Per esempio la soluzione proposta in Fig.10.4 corrisponde a:

$$\begin{array}{ll}
 D(1) = 1 & D(5) = 3 \\
 D(2) = 5 & D(6) = 7 \\
 D(3) = 8 & D(7) = 2 \\
 D(4) = 6 & D(8) = 4
 \end{array}$$

Con il modo di rappresentazione dei dati scelti, affinché due regine non siano “in presa” occorre:

- che non siano sulla stessa colonna, e qui è realizzato poichè c'è solo una regina per colonna,
- che non siano sulla stessa linea, ciò significa che è necessario porre:

$$D(I) \neq D(J)$$

- che non siano sulla stessa diagonale. Per questo è necessario porre:

$$\begin{array}{l}
 D(J) - D(I) \neq J - I \text{ diagonale a } 45 \text{ gradi} \\
 D(J) - D(I) \neq I - J \text{ diagonale a } -45 \text{ gradi}
 \end{array}$$

Questi due test possono essere riuniti nel seguente test:

$$ABS( D(I) - D(J) ) \neq I - J$$

*Criteri di ricerca delle soluzioni:*

Si parte da  $D(1)=1$ .

Si cerca la prima posizione ammissibile per  $D(2)$ , cioè una posizione tale per cui  $D(2)$  non sia “in presa” con  $D(1)$ .

Si cerca allora una posizione ammissibile per  $D(3)$  e si continua fino a trovare una posizione per  $D(N)$ .

Se non si trova la posizione ammissibile per  $D(I)$ , si proverà a spostare  $D(I-1)$  soddisfacendo alle specifiche:  $D(I-1)$  non dovrà essere “in presa” con le regine precedenti ( $D(1), D(2) \dots D(I-2)$ ) poi si cercherà una nuova posizione ammissibile per  $D(I)$ .

Più precisamente l'algoritmo proposto è il seguente:

Per  $I$  che varia da 1 a  $N$

1. Porre  $D(I) = 1$
2. Verificare che la nuova regina  $D(I)$  non sia “in presa” con una delle regine già posizionate.  
Se è “in presa” andare in 3.  
Altrimenti, se  $I = N$  si ha una soluzione che si può stampare procedendo oltre (andare in 3).  
Se  $I < N$  porre  $I = I + 1$  e andare in 1.
3. Cercare una nuova posizione per  $D(I)$ :  
Porre  $D(I) = D(I) + 1$   
Se  $D(I) \leq N$  andare in 2  
Se  $D(I) > N$  non ci sono posizioni convenienti: porre  $I = I - 1$ , andare in 3.

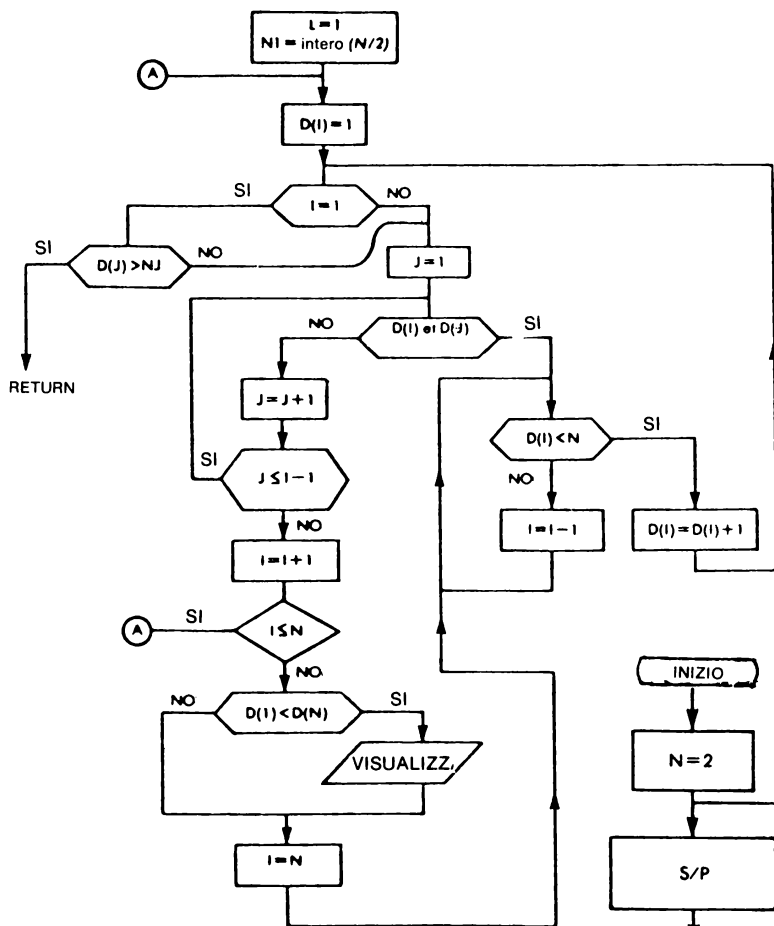
Per eliminare le soluzioni che si deducono per simmetria da una soluzione già trovata:

- a) Si farà variare  $D(1)$  da 1 a  $N/2$  soltanto (si eliminano così tutte le soluzioni simmetriche rispetto all'asse orizzontale).
- b) Non si stamperà alcuna soluzione  $D(1) > D(N)$  poichè questa soluzione corrisponde a una soluzione simmetrica rispetto all'asse verticale già stampata.

### Flow-chart

Il sottoprogramma di Fig.10.6 rappresenta l'algoritmo descritto precedentemente.

Il flow-chart di Fig.10.7 rappresenta il programma principale.



**Figura 10.6**

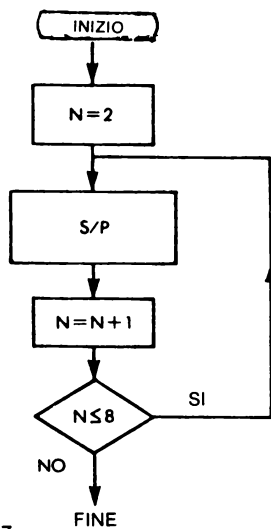


Figura 10.7

```

100 REM RICERCA DEL NUMERO DELLE SOLUZIONI CHE PERMETTANO
110 REM DI PORRE N REGINE SU UNA SCACCHIERA SENZA CHE VE
120 REM NE SIANO DUE "IN PRESA"
130 DIM D(10)
140 N9 = 8
150 FOR N = 2 TO N9
160 S = 0
170 PRINT
180 PRINT "N = ";N
190 PRINT
200 GOSUB 500
210 NEXT N
220 STOP
500 I = 1
510 N1 = INT (N / 2)
520 D(I) = 1
530 IF I < > 1 THEN 560
540 IF D(1) < = N1 THEN 600
550 GOTO 690
560 FOR J = 1 TO I - 1
570 IF D(I) = D(J) THEN 640
580 IF ABS (D(I) - D(J)) = I - J THEN 640
590 NEXT J
600 I = I + 1
610 IF I < = N THEN 510
620 IF D(N) > D(1) THEN GOSUB 700
630 I = N
640 IF D(I) < N THEN 670
650 I = I - 1
660 GOTO 640
670 D(I) = D(I) + 1
680 GOTO 530
690 RETURN
700 FOR L = 1 TO N
710 PRINT D(L); TAB( 4 * L);
720 NEXT L
730 PRINT
740 RETURN
750 END
J

```

Figura 10.8

Per i sistemi che dispongono di un BASIC che accetta le variabili intere (l'MBASIC della Microsoft ad esempio), la velocità di esecuzione sarà aumentata dichiarando tutte le variabili intere e sostituendo l'istruzione della linea 510 con  $N1=N/2$ .

### 10.3 CONCLUSIONI

Tutti questi esercizi hanno mostrato che la programmazione propriamente detta, non presenta in generale difficoltà, dopo aver acquisito la tecnica di effettuare

## Esempio di esecuzione:

N= 2

N= 3

N= 4

2 4 1 3

N= 5

1 3 5 2 4  
1 4 2 5 3  
2 4 1 3 5  
2 5 3 1 4

N= 6

2 4 6 1 3 5  
3 6 2 5 1 4

N= 7

1 3 5 7 2 4 6  
1 4 7 3 6 2 5  
1 5 2 6 3 7 4  
1 6 4 2 7 5 3  
2 4 1 7 5 3 6  
2 4 6 1 3 5 7  
2 5 1 4 7 3 6  
2 5 3 1 7 4 6  
2 5 7 4 1 3 6  
2 6 3 7 4 1 5  
2 7 5 3 1 6 4  
3 1 6 2 5 7 4  
3 1 6 4 2 7 5  
3 6 2 5 1 4 7  
3 7 2 4 6 1 5  
3 7 4 1 5 2 6

N= 8

1 5 8 6 3 7 2 4  
1 6 8 3 7 4 2 5  
1 7 4 6 8 2 5 3  
1 7 5 8 2 4 6 3  
2 4 6 8 3 1 7 5  
2 5 7 1 3 8 6 4  
2 5 7 4 1 8 6 3  
2 6 1 7 4 8 3 5  
2 6 8 3 1 4 7 5  
2 7 3 6 8 5 1 4  
2 7 5 8 1 4 6 3  
2 8 6 1 3 5 7 4  
3 1 7 5 8 2 4 6  
3 5 2 8 1 7 4 6  
3 5 7 1 4 2 8 6  
3 5 8 4 1 7 2 6  
3 6 2 5 8 1 7 4  
3 6 2 7 1 4 8 5  
3 6 2 7 5 1 8 4  
3 6 8 1 5 7 2 4  
3 6 8 2 4 1 7 5  
3 7 2 8 5 1 4 6  
3 7 2 8 6 4 1 5  
3 8 4 7 1 6 2 5  
4 1 5 8 2 7 3 6  
4 2 5 8 6 1 3 7  
4 2 7 3 6 8 1 5  
4 2 8 5 7 1 3 6  
4 2 8 6 1 3 5 7  
4 6 1 5 2 8 3 7  
4 6 8 2 7 1 3 5  
4 7 3 8 2 5 1 6  
4 7 5 2 6 1 3 8  
4 8 1 3 6 2 7 5  
4 8 5 3 1 7 2 6

l'analisi del problema e di ricavarne il relativo flow-chart. Questo è il caso dell'ultimo esercizio inerente alle regine sulla scacchiera.

Al termine di questo libro vogliamo dare un ultimo consiglio: prima di lanciarsi nella scrittura di un programma:

- Cercate se tale programma esiste, in caso affermativo, se è possibile, procuratevelo.
- Prima di cominciare riflettere bene: il tempo passato nel fare l'analisi è presto riguadagnato durante la scrittura del programma e della sua messa a punto.



## APPENDICE I

### L'ALFABETO IN BASIC

L'alfabeto in BASIC comprende:

— le lettere maiuscole da	A a Z
— i numeri da	0 a 9
— i simboli di operazione	
addizione e sottrazione	+ e —
moltiplicazione e divisione	× e /
elevamento a potenza(1)	↑
— le parentesi	( e )
— i caratteri di confronto	
uguale	=
minore	<
maggiore	>
— i caratteri di punteggiatura	
virgola e punto e virgola	, e ;
punto e due punti	. e :
punto esclamativo e interrogativo	! e ?
— i caratteri speciali	
“spazi“	
apostrofo	'
virgolette	”
dollaro	\$

- Partendo da questo alfabeto si costruiscono i programmi in BASIC.
- Alcuni sistemi ammettono delle differenze o dei caratteri supplementari.

---

(1) Su alcuni sistemi questa freccia verticale è sostituita da un accento circonflesso.

## LE COSTANTI E LE VARIABILI NUMERICHE

**Costanti numeriche:** Si può rappresentare un numero per mezzo di:

- un numero intero con o senza segno:

Esempio: 11, —162

- un numero decimale senza esponente:

**Esempio:** 3.1415927,  $-3.$ , 0.12 , .12

La parte intera è separata dalla parte decimale per mezzo di un punto . la virgola non viene utilizzata a questo scopo.

- un numero con esponente:

**Esempio:** 1E + 5      — 1.6 E — 19  
                    **esponente**

**Il primo segno è il segno del numero, il secondo è quello dell'esponente:**

- 1.6 E -19 rappresenta  $-1,6 \cdot 10^{-19}$

Poichè si è costretti a scrivere i numeri su una linea, si separa l'esponente dal resto con la lettera E.

**Attenzione:** Il calcolatore distingue il numero 0 dalla lettera O maiuscola. L'utente che utilizza la tastiera deve fare la stessa distinzione.

## LE VARIABILI NUMERICHE

**Si distinguono due categorie di variabili numeriche:**

- le variabili semplici,
- le variabili con indice dette anche "MATRICI".



*Le variabili numeriche semplici* sono caratterizzate dal loro “nome” (chiamato anche identificatore) che è rappresentato:

- sia da una lettera da A a Z,
- sia da una lettera seguita da un numero.

Esempio: A, B, R1, R9 sono delle variabili.

In un programma si può dunque avere un totale di 26 variabili a una lettera e  $26 \times 10$  variabili costituite da una lettera seguita da un numero per complessive 286 variabili distinte.

*NOTA:* La maggior parte dei BASIC per microcalcolatori (soprattutto quando l'interprete è stato sviluppato dalla Microsoft) accetta dei nomi composti sia da una lettera, che da una lettera seguita da un carattere “alfanumerico” (lettera o numero).

*Le variabili indice* sono caratterizzate dal loro nome e da uno o due indici.

Esempio: A(R,I), B(I), C(I + 10 X K)

Gli indici possono essere delle costanti, delle variabili o delle espressioni aritmetiche.

Prima di utilizzare una variabile indice, occorre dichiararla per mezzo di un'istruzione DIM all'inizio del programma.

Esempio: DIM A(10, 20).

## LE ESPRESSIONI ARITMETICHE

Le espressioni aritmetiche sono costruite a partire da:

- variabili e costanti,
- operatori +, —, \*, /, ↑,
- funzioni numeriche standard
- funzioni dell'utilizzatore (numeriche),
- parentesi.

Le parentesi svolgono due funzioni:

- Inquadrare l'argomento o gli argomenti di una funzione.
- Impostare l'ordine col quale è necessario effettuare i calcoli per "valutare" il valore dell'espressione.

Esempio:  $A + B \cdot C$  significa  $a + (b \times c)$

$(A + B) \cdot C$  significa  $(a + b) \times c$

$A + B \cdot \text{SIN}(C + 3)$  qui le parentesi "inquadrano" l'argomento che è  $C + 3$ .

Normalmente le operazioni sono effettuate tenendo conto della "priorità degli operatori" e a priorità uguale nell'ordine da sinistra a destra. L'ordine di priorità decrescente è il seguente:

parentesi,  
funzione,  
operatore elevamento a potenza,  
moltiplicazione e divisione,  
addizione e sottrazione

Esempio: l'espressione

$$A * (B + 3.2 * \text{SIN}(Y + 3 * Z)) + X \uparrow 4/C$$

è eseguita nell'ordine indicato e corrisponde a:

$$A \times (B + 3.2 \times \text{SIN}(y + 3z)) + \frac{x^4}{C}.$$

## ISTRUZIONI DI ASSEGNAZIONE ARITMETICA

La forma di questa istruzione è:

variabile = espressione aritmetica

↑  
variabile semplice o elemento di tabella

Il significato è: calcolare il valore numerico dell'espressione situata a destra del segno uguale, e racchiudere il risultato nella variabile situata a sinistra del segno uguale.

Esempio:  $V = 4 * 3.14159 \times R \uparrow 3/3$   
 $X = A$

## ISTRUZIONI DI SALTO

### *Salto "incondizionato"*

La forma più semplice dell'istruzione GOTO è:

GO TO E

oppure

GOTO E

con E numero di linea.

Questa istruzione provoca il salto alla linea  $n$ .

### *Salto "calcolato"*

Questa istruzione ha in generale la seguente forma:

ON espressione numerica GO TO  $E_1, E_2, E_3, E_p$   
con  $E_1, E_2, \dots, E_p$  numeri di linea.

Nell'esecuzione questa istruzione provoca la valutazione dell'espressione, l'eventuale conversione per arrotondamento in un intero e, quindi il salto

- alla linea  $E_1$  se il valore ottenuto è 1
- alla linea  $E_2$  se il valore ottenuto è 2
- alla linea  $E_p$  se il valore ottenuto è  $p$ .

Esempio: ON I GO TO 100, 200, 600, 200

se I vale 1      salto in 100  
se I vale 2 o 4 salto in 200  
se I vale 3      salto in 600

Se il valore dell'espressione dopo l'eventuale arrotondamento non cade in un'intervallo  $(1, p)$ , il risultato è incerto:

- l'esecuzione prosegue in sequenza, oppure
- la segnalazione di un codice errore.

### *Salto condizionato*

I test sono effettuati per mezzo dell'istruzione IF che può assumere differenti forme:

*Prima forma:* Si tratta della forma più semplificata:

$$\text{IF} \quad \left\{ \begin{array}{c} \text{espressione} \\ \text{di} \\ \text{comparazio-} \\ \text{ne} \end{array} \right\} \quad \text{THEN} \quad \left\{ \begin{array}{c} \text{numero} \\ \text{di} \\ \text{linea} \end{array} \right\}$$

Se la risposta al confronto è sì, vi è un salto alla linea indicata, altrimenti l'esecuzione prosegue in sequenza.

Esempio: IF A < B THEN 600

Il confronto si può effettuare con i seguenti simboli:

minore	<
maggiore	>
minore o uguale	<=
maggiore o uguale	>=
diverso da	<>

Questi operatori possono essere utilizzati con delle variabili numeriche e con stringhe di caratteri.

*Seconda forma:* Si tratta di una forma più efficiente:

$$\text{IF} \quad \left\{ \begin{array}{c} \text{espressione} \\ \text{di} \\ \text{comparazione} \end{array} \right\} \quad \text{THEN} \quad \begin{array}{c} \text{Istruzione eseguibile} \\ \uparrow \\ \text{questa istruzione non può essere} \\ \text{un'istruzione FOR} \end{array}$$

- Se la risposta al test è SI allora l'istruzione è eseguita e se questa istruzione non è un salto, l'esecuzione prosegue in sequenza.

— Se la risposta al test è NO l'istruzione non è eseguita, vi è il passaggio alla linea seguente.

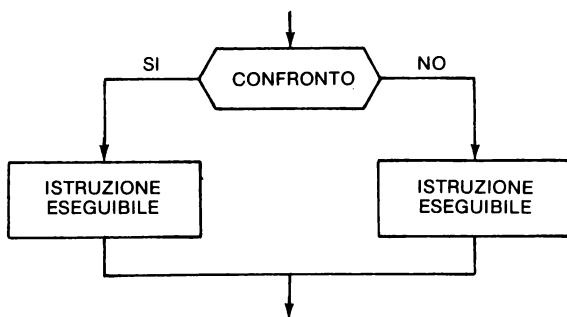
Esempio: IF A < B THEN X=B  
IF A < B THEN GO TO 600

*Terza forma:* Questa forma molto evoluta è di più facile utilizzazione.

IF { espressione  
di  
comparazione } THEN { istruzione  
eseguibile } ELSE { istruzione  
eseguibile }

Esempi:

IF A < B THEN C = A : D = B ELSE C = B : D = A  
IF A\$ = B\$ THEN I = I + 1 ELSE GO TO 100



Questa istruzione corrisponde al flow-chart sopra riportato.

Per alcuni sistemi ogni alternativa di un'istruzione IF può contenere una sola istruzione.

# LOOP DI CALCOLO

Si realizza un loop di calcolo per mezzo dell'istruzione FOR ... NEXT.

```
FOR  var = E1 TO E2 STEP E3
  o
  o
  o
  o
NEXT var
```

nella quale *var* è il nome di una variabile numerica:

E1, E2 e E3 rappresentano delle espressioni aritmetiche

E1 dà il valore di partenza

E2 dà il valore finale

E3 dà il passo

Se  $E1 < E2$  deve essere  $E3 > 0$

$E1 > E2$  deve essere  $E3 < 0$

i valori numerici di E1, E2 e E3 sono calcolati prima di “incominciare” il loop di calcolo.

Se il passo è 1 si può scrivere

```
FOR var = E1 TO E2
```

Esempio: 100 FOR I = 1 TO 10

```
110 FOR J = 1 TO 10
```

```
120 A(I,J) = 0
```

```
130 NEXT J
```

```
140 NEXT I
```

# STRINGHE DI CARATTERI

*Costanti di caratteri*

Sequenze di caratteri fra virgolette.

Esempio: “ABCD”

“BELLA DONNA”

Il carattere “spazio” è significativo in una stringa di caratteri. La lunghezza massima di una stringa di caratteri dipende dal sistema utilizzato.

### *Variabili di caratteri*

Il nome di una variabile è definito da una lettera seguita dal carattere dollaro

Esempio: A\$, B\$

dunque un massimo di 26 variabili distinte in un programma.

### *Operazioni possibili sulle stringhe di caratteri*

*Confronti:* Si dice che A\$ minore di B\$ se nell'ordine alfabetico la variabile A\$ precede B\$.

Esempio: A\$ = “GIANNI”  
B\$ = “ROSSI”

qui B\$ minore di A\$

*Concatenazione:* consiste nell'affiancare due stringhe di caratteri.

Esempio: A\$ = “PIETRO”  
B\$ = “ VERDI”  
N\$ = A\$ + B\$ il carattere + è utilizzato in BASIC  
          ↑  
          └─ come simbolo di concatenazione

N\$ assume il valore “PIETRO^VERDI”.

*Funzioni speciali per stringhe di caratteri:* L'elenco delle funzioni non è limitativo e può variare da un sistema all'altro. La seguente lista rappresenta numerose funzioni disponibili sui microcalcolatori.

ASC (X\$)	fornisce il valore numerico del primo carattere di X\$ secondo la rappresentazione del codice ASCII (codice ISO) per esempio ASC (“A”) dà 65.
CHR\$(I)	fornisce una stringa di caratteri che rappresenta in ASCII il valore numerico di I.
INSTR(I,A\$,B\$)	cerca la prima applicazione di B\$ in A\$ partendo dalla I-esima posizione. Fornisce la posizione della sottostringa B\$ trovata.

LEN(A\$)	fornisce la lunghezza della stringa A\$
CHR\$(I)	fornisce una stringa di caratteri che rappresenta, in codice ASCII, il valore di I.
HEX\$(X)	fornisce una stringa di caratteri che rappresenta in esadecimale il valore decimale dell'argomento X.
LEFT\$(A\$,I)	fornisce una stringa di caratteri contenente gli I caratteri più a sinistra di A\$
MID\$(A\$,I,J)	fornisce una stringa estratta da A\$ partendo dal I-esimo carattere e di lunghezza J.
OCT\$(I)	fornisce una stringa che rappresenta in codice ottale il valore decimale dell'argomento I.
RIGHT\$(A\$,I)	fornisce una stringa contenente gli I caratteri situati più a destra nella stringa A\$
SPACE\$(I)	fornisce una stringa contenente gli I caratteri "spazio".
STRING\$(I,J)	fornisce una stringa di lunghezza I e rappresenta il valore numerico di J.
VAL(A\$)	fornisce un numero che contiene il valore numerico della stringa ASCII A\$. Questa funzione presuppone che i caratteri contenuti in A\$ rappresentino un numero.

## INPUT/OUTPUT

Lettura di dati "conversazionali":

INPUT      lista di variabili  
            └─ variabili semplici o elementi di tabelle

Lettura dei dati inclusi nel programma:

READ      lista delle variabili  
DATA      valori numerici separati da una virgola (o da uno spazio in certi sistemi)  
RESTORE   per "riavvolgere".



Visualizzazione dei risultati:

Prima forma:

PRINT      lista  
            ↑  
            |  
            └─ delle espressioni  
               delle costanti

Esempio: 100 PRINT "X = " ; X, " Y = " ; Y

I separatori da utilizzare sono la virgola e il punto e virgola. La virgola non limita la lunghezza della zona utilizzata per la stampa. Il punto e virgola limita questa zona alla lunghezza necessaria per la stampa.

Un separatore alla fine dell'istruzione PRINT impedisce il passaggio alla linea seguente.

Nella lista, si può inoltre utilizzare, la funzione TAB che permette di inserire delle tabulazioni.

## BIBLIOGRAFIA

Flow-chart	norma AFNOR Z67-00 Aprile 1966
BASIC norma	proposta per una norma "minimal BASIC" ANSI Marzo 1979
libri	Il linguaggio BASIC e le sue estensioni, di J.P Lamoitier, editore Eyrolles BASIC PROGRAMMING, di John G.Kemeny e Thomas E.Kurtz, editore John Wiley
giochi	BASIC COMPUTER GAMES, Microcomputer Edition, distribuito in Europa dalla Sybex.
Manuali di:	MICROSOFT
Manuali di costruttori di microcalcolatori:	PET, TRS-80, APPLE, CROMEMCO

## **Altri libri editi dal Gruppo Editoriale Jackson:**

**Esperimenti su circuiti logici e di memoria TTL-I**, di David G. Larsen e Peter R. Rony - Codice 001A - L. 22.000

**Esperimenti su circuiti logici e di memoria TTL-II**, di David G. Larsen e Peter R. Rony - Codice 002A - L. 22.000

**Interfacciamento e trasmissione dati UART e Loop a 20 mA**, di David G. Larsen e Peter R. Rony - Codice 021A - L. 4.500

**IL BUGBOOK III - Interfacciamento e programmazione del microcomputer 8080**, di Peter Rony - David Larsen - Jonathan A. Titus - Codice 003A - L. 19.000

**Interfacciamento di microcomputer - Esperimenti utilizzando Chip 8255 PP I**, di Paul Goldsbrough - Codice 004A - L. 10.500

**Esperimenti con TTL e 8080A, Vol. 1**, di Peter Rony - Codice 005A - L. 19.000

**Esperimenti con TTL e 8080A, Vol. 2**, di Peter Rony - Codice 006A - L. 19.000

**IL BUGBOOK VII - L'interfacciamento tra microcomputer e convertitori analogici**, di J. Titus / P. Rony / C. Titus / D. Larsen - Codice 007A - L. 15.000

**Corso di elettronica fondamentale con esperimenti**, di Siemens - Codice 201A - L. 15.000

**Comprendere l'elettronica a stato solido**, di Texas Instruments - Codice 202A - L. 14.000

**Introduzione pratica all'impiego dei circuiti integrati digitali**, di F. Hure - Codice 203A - L. 7.000

**Elettronica integrata digitale**, di H. Taub e D. Schilling - Codice 204A - L. 34.500

**SC/MP**, di A. Cavalcoli e V. Scibilia - Codice 301D - L. 9.500

**Lessico dei microprocessori**, di R. Zaks e A. Lesea - Codice 302P - L. 3.500

**Introduzione al personal e business computing**, di R. Zaks - Codice 303D - L. 14.000

**Introduzione ai microcomputer - Il libro dei principianti, Vol. 0**, di A. Osborne - Codice 304A - L. 14.000

**Introduzione ai microcomputer - Il libro dei concetti fondamentali, Vol. 1**, di A. Osborne - Codice 305A - L. 16.000

**Practical microprocessors**, di M. Slater e B. Bronson - Codice 308B - L. 35.000

**Principi e tecniche di elaborazione dati**, di NCR Corporation - Codice 309A - L. 15.000

**NANOBOOK Z80, Vol. 1 - Tecniche di programmazione**, di E. Nichols J. Nichols P. Rony - Codice 310P - L. 15.000

**NANOBOOK Z80 - Vol. 3 - Tecniche di interfacciamento**, di E. Nichols J. Nichols P. Rony - Codice 312P - L. 18.000

**DEBUG**, di J. Titus e C. Titus - Codice 313P - L. 6.000

**Tecniche di interfacciamento dei microprocessori**, di R. Zaks e A. Lesea - Codice 314P - L. 22.000

**Microelettronica: la nuova rivoluzione industriale**, di A. Osborne - Codice 315P - L. 9.000

**Elementi di trasmissione dati**, di National Cash Register Co. - Codice 316D - L. 9.000

**I microprocessori**, di R. Zaks - Codice 320P - L. 22.000

**La programmazione dello Z8000**, di R. Matheasian - Codice 321D - L. 22.000

**TEA, un editor assembler residente per l'8080/8085**, di C. Titus - Codice 322P - L. 12.000

**8080A/8085 - Programmazione in linguaggio assembly**, di L. Leventhal - Codice 323P - L. 24.000

**Programmazione dello Z80 e progettazione logica**, di A. Osborne / J. Kane , R. Rector S. Jacobson - Codice 324P - L. 19.000

**Programmazione dell'8080 e progettazione logica**, di A. Osborne - Codice 325P - L. 16.500

**Z80 programmazione in linguaggio assembly**, di L. Leventhal - Codice 326P - L. 29.500

**Usare il microprocessore**, di G. Giaccaglini - Codice 327A - L. 15.000

**Pascal - Manuale e standard del linguaggio**, di K. Jensen e K. Wirth - Codice 500P - L. 10.000

**Impariamo il Pascal**, di F. Woldner - Codice 501A - L. 10.000

**Introduzione al Basic**, di P. Le Beux - Codice 502A - L. 18.500

**Applicazioni del 6502**, di R. Zaks - Codice 504B - L. 13.500

**Impariamo a programmare in Basic con il PET/CBM**, di R. Bonelli - Codice 506A - L. 10.000

**Impariamo a programmare il Basic con il VIC/CBM** - Codice 507A - L. 11.000

**Il Timer 555**, di H. Berlin - Codice 601B - L. 8.600

**La progettazione dei circuiti amplificatori operazionali con esperimenti**, di H. Berlin - Codice 602B - L. 15.000

**La progettazione dei filtri attivi con esperimenti**, di H. Berlin - Codice 603B - L. 15.000

**La progettazione dei circuiti PLL con esperimenti**, di H. Berlin - Codice 604H - L. 14.000

**Guida ai CMOS con esperimenti**, di H. Berlin - Codice 605B - L. 15.000

**I tiristori - 110 progetti pratici**, di R.M. Marston - Codice 606D - L. 8.000

**Guida mondiale dei transistori**, di TB Towers - Codice 607H - L. 20.000

**Guida mondiale degli amplificatori operazionali**, di T.B. Towers - Codice 608H - L. 15.000

**Guida mondiale dei transistori ad effetto di campo JFET e MOS**, di TB Towers - Codice 609H - L. 10.000

**Amplificatori di Norton**, di G. Marano - Codice 610B - L. 22.000

**Manuale pratico del riparatore radio-TV**, di A. Gozzi - Codice 701P - L. 18.500

**Audio e Hi-Fi**, di C. Brown - Codice 703D - L. 6.000

**Programmazione del 6502**, di Rodney Zaks - Codice 503B - L. 22.000

**Programmazione dello Z80**, di Rodney Zaks - Codice 328D - L. 24.000

**Come programmare**, di Jean-Claude Barbonce - Codice 511A - L. 12.000

**Giochi con il 6502 - Tecniche di programmazione avanzate**, di Rodney Zaks - Codice 505B - L. 19.500

**Guida al Sinclair ZX81 ZX80 e nuova ROM**, di Rita Bonelli - Codice 318B - L. 16.500

**DAI - Manuale del microcomputer**, di R. Bonelli e C. Fiorentini - Codice 318D - L. 9.000

**Programmare in Assembler**, di Alain Pinaud - Codice 329A - L. 10.000

**CP/M con MP/M**, di Rodney Zaks - Codice 510P - L. 22.000

**Guida alla Programmazione in Assembler sul Pico Computer**, di Dante Del Carso - Codice 330D - L. 9.000

**Programmi Pratici in Basic**, di Lon Poole - Codice 550D - L. 12.500

**Soluzione di problemi con Pascal**, di Benneth L. Bowles - Codice 512P - L. 28.000

**Programmare in Basic**, di Michel Plauin - Codice 513A - L. 8.000

**Alla scoperta del TI 99/4A**, di Texas Instruments - Codice 319D - L. 16.000

**Manuale degli SCR TRIAC e altri tiristori**, di General Electric - Codice 612P - L. 24.000

**Programmare in Pascal**, di Daniel-Jean David e Jean-Luc Deschamps - Codice 514A - L. 14.000

**Dizionario di Informatica Italiano/Inglese/Tedesco**, di Otto Vollnhals - Codice 100H - L. 45.000

**76 Programmi in Basic per il vostro computer**, di L. Poole M. Barchers C. Donahue - Codice 551D - L. 12.500

Potete acquistare i suddetti libri nelle migliori librerie oppure scrivendo direttamente a: **Gruppo Editoriale Jackson - Divisione Libri - Via Rosellini, 12 - 20124 Milano**

Tagliando ordine **libri Jackson** da inviare a:  
Gruppo Editoriale Jackson - Via Rosellini, 12 - 20124 Milano

Nome Cognome

[illegible]

Indirizzo

[illegible]

**Cap.**

Città

[illegible]

Codice Fiscale (indispensabile per le aziende)

[illegible]

**Inviatemi i seguenti libri:**

- ☐ Pagherò al postino l'importo di L. .... + L. 1.500 per contributo fisso spese di spedizione
- ☐ Allego assegno n° ..... di L. ....  
(in questo caso la spedizione è gratuita)

Codice Libro			Quantità	Codice Libro			Quantità	Codice Libro			Quantità	Codice Libro			Quantità



Tagliando ordine **libri Jackson** da inviare a:  
Gruppo Editoriale Jackson - Via Rosellini, 12 - 20124 Milano

**Nome Cognome**[illegible]

Indirizzo

[illegible]

Cap.

**Città**

[illegible]

Codice Fiscale (indispensabile per le aziende)

[illegible]

**Inviatemi i seguenti libri:**

- ☐ **Pagherò al postino l'importo di L. .... + L. 1.500 per contributo fisso spese di spedizione**
- ☐ **Allego assegno n° ..... di L. ....**  
(in questo caso la spedizione è gratuita)

Codice Libro	Quantita	Codice Libro	Quantita	Codice Libro	Quantita	Codice Libro	Quantita



Non si può imparare la programmazione in BASIC senza la pratica. Ecco dunque in questo volume una raccolta completa e progressiva di esercizi riguardanti matematica, gestione, ricerca operativa, gioco e statistica. Ciascun esercizio proposto comporta l'enunciazione e l'analisi del problema, la risoluzione mediante flow-chart e commenti, così come un programma che implementa la soluzione illustrato da semplici esempi rappresentativi. Questo metodo mette in grado il lettore di verificare passo passo le sue conoscenze e il livello di apprendimento raggiunto, nonché di risolvere in modo autonomo i problemi secondo un procedimento "inverso". Cioè, come è possibile scomporre il problema in sottoproblemi ben identificati e risolvibili separatamente in modo semplice. Il lettore è così in grado di risolvere ogni difficoltà e costruire un programma modulare di facile lettura e adattabile alle specifiche applicazioni. Tutti i programmi, al fine di renderli di validità generale, sono scritti in BASIC Microsoft e girano su APPLE, PET/CBM, TRS80 e altri computer.



70

**ESERCIZI  
IN  
MATEMATICA**

**PER  
IL  
TRIENNIO**

**J. P. Lamoitier**



**GRUPPO  
EDITORIALE  
JACKSON**